高一数学过关练（3）

一．选择题：

1. $cos420^{\circ}=$ (　)

A. $\frac{1}{2}$　　B. $-\frac{1}{2}$　　C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　D. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

2. 在梯形 $ABCD$ 中，$\overrightarrow{AB}=3\overrightarrow{DC}$，则$\overrightarrow{BC}$等于(　)

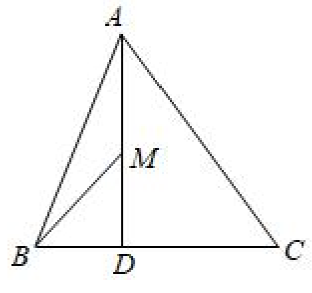
A. $-\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AD}$　　B. $-\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{4}{3}\overrightarrow{AD}$　　C. $\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$　　D. $-\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$

3. 设向量$\vec{a}=(2,3)$，$\vec{b}=(-1,2)$，若$m\vec{a}+\vec{b}$与$\vec{a}-2\vec{b}$平行，则实数 m 等于(　)

A. -2　　B. 2　　C. $\frac{1}{2}$　　D. $-\frac{1}{2}$

4. 在$\triangle ABC$中，点 D 是边 BC 上任意一点，M 是线段 AD 的中点，若存在实数λ和μ，使得$\overrightarrow{BM}=\lambda\overrightarrow{AB}+\mu\overrightarrow{AC}$，则$\lambda+\mu=$(　)

A. $\frac{1}{2}$　　B. $-\frac{1}{2}$　　C. 2　　D. -2



二．填空题：

5. 已知向量$\vec{a},\vec{b}$的夹角为60°，$|\vec{a}|=2$，$|\vec{b}|=1$，则$|\vec{a}+2\vec{b}|=$______，$|\vec{b}+t\vec{a}|(t\in R)$的最小值为______.

6. 函数$f(x)=\cos(3x+\frac{\pi}{3})$的最小正周期为______；若$x\in[0,\frac{\pi}{2}]$，则$f(x)$的值域为______.

7. 函数$f(x)=3sin(2x-\frac{\pi}{3})$的图象为 C，如下结论中正确的是______

①图象 C 关于直线$x=\frac{11}{12}\pi$对称；

②图象 C 关于点$(\frac{2\pi}{3},0)$对称；

③函数即$f(x)$在区间$(-\frac{\pi}{12},\frac{5\pi}{12})$内是增函数；

④由$y=3sin2x$的图角向右平移$\frac{\pi}{3}$个单位长度可以得到图象 C.

8. 在$\triangle ABC$中，$AB=2AC=6$，$\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{BA}^2$，点 P 是$\triangle ABC$所在平面内一点，则当$\overrightarrow{PA}^2+\overrightarrow{PB}^2+\overrightarrow{PC}^2$取得最小值时，$\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{BC}$______.

三．解答题：

9．（Ⅰ）已知 $0<\alpha<\pi$，$sin\alpha=\frac{4}{5}$，求$tan\alpha$；

（Ⅱ）化简：$\frac{\sin(180^\circ-\alpha)\sin(270^\circ-\alpha)\tan(90^\circ-\alpha)}{\sin(90^\circ+\alpha)\tan(270^\circ+\alpha)\tan(360^\circ-\alpha)}$．

10. 已知$\vec{a}$,$\vec{b}$,$\vec{c}$是同一平面内的三个向量，其中$\vec{a}=(2,1)$.

(1)若$|\vec{c}|=2\sqrt{5}$，且$\vec{c}\parallel\vec{a}$，求$\vec{c}$的坐标；

(2)若$|\vec{b}|=\frac{\sqrt{5}}{2}$，且$\vec{a}+2\vec{b}$与 $2\vec{a}-\vec{b}$垂直，求$\vec{a}$与$\vec{b}$的夹角θ.

11. 已知定义域为 R 的函数$f(x)=\frac{b-2^x}{2^x+a}$是奇函数.

(1)求 a,b 的值；

(2)用定义证明$f(x)$在$(-\infty,\infty)$上为减函数；

(3)解不等式$f(t-2)+f(t+1)<0$.

江苏省仪征中学高一数学过关练（3）参考答案

1\. A　　　2. D　　　3. D　　　4. B

5\. $\boldsymbol{2\sqrt{3}}$　$\boldsymbol{\frac{\sqrt{3}}{2}}$

解：$|\vec{a}+2\vec{b}|=\sqrt{(\vec{a}+2\vec{b})^2}=\sqrt{\vec{a}^2+4\vec{b}^2+4\vec{a}\cdot\vec{b}}=\sqrt{4+4+4\times2\times1\times\frac{1}{2}}=2\sqrt{3}$；

$|\vec{b}+t\vec{a}|=\sqrt{(\vec{b}+t\vec{a})^2}=\sqrt{\vec{b}^2+t^2\vec{a}^2+2t\vec{a}\cdot\vec{b}}=\sqrt{1+4t^2+2t\times2\times1\times\frac{1}{2}}=\sqrt{4t^2+2t+1}$,

$\therefore t=-\frac{1}{4}$时,$|\vec{b}+t\vec{a}|$取得最小值为$\frac{\sqrt{3}}{2}$　故答案为：$\frac{\sqrt{3}}{2}$.

6\. $\boldsymbol{\frac{2}{3}\pi}$；$[-\mathbf{1},\boldsymbol{\frac{\sqrt{3}}{2}}]$

解：函数$f(x)=\cos(3x+\frac{\pi}{3})$的最小正周期为$\frac{2\pi}{3}$,

令 $2k\pi+\pi\le3x+\frac{\pi}{3}\le2k\pi+2\pi$,求得$\frac{2k\pi}{3}+\frac{2\pi}{9}\le x\le\frac{2k\pi}{3}+\frac{5\pi}{9}$,

可得函数的增区间为$[\frac{2k\pi}{3}+\frac{2\pi}{9},\frac{2k\pi}{3}+\frac{5\pi}{9}],k\in Z$.

结合$x\in[0,\frac{\pi}{2}]$,可得增区间为 $3x+\frac{\pi}{3}\in[\frac{\pi}{3},\frac{11\pi}{6}]$

故答案为：$\frac{2\pi}{3}$；$[-1,\frac{\sqrt{3}}{2}]$.

7\. ①②③

解：①、把$x=\frac{11}{12}\pi$代入 $2x-\frac{\pi}{3}$得,$2\times\frac{11\pi}{12}-\frac{\pi}{3}=\frac{3\pi}{2}$,故①正确；

②、把$x=\frac{2\pi}{3}$代入 $2x-\frac{\pi}{3}$得,$2\times\frac{2\pi}{3}-\frac{\pi}{3}=\pi$,故②正确；

③、当$x\in(-\frac{\pi}{12},\frac{5\pi}{12})$时,求得 $2x-\frac{\pi}{3}\in(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2})$,故③正确；

④、有条件得,$f(x)=3sin(2x-\frac{\pi}{3})=3sin2(x-\frac{\pi}{6})$,故④不正确.

故答案为：①②③.

8\. $\boldsymbol{-9}$

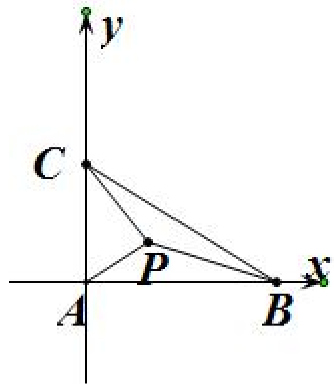
解：$\because\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{BA}^2$,

$|\overrightarrow{BA}|\cdot|\overrightarrow{BC}|\cdot cosB=|\overrightarrow{BA}|^2$,

$\therefore|\overrightarrow{BC}|\cdot cosB=|\overrightarrow{BA}|=6$,

$\therefore\overrightarrow{CA}\perp\overrightarrow{AB}$,即$\angle A=\frac{\pi}{2}$,

以 A 为坐标原点建立如图所示的坐标系,



则$B(6,0)$,$C(0,3)$,设$P(x,y)$,

则$\overrightarrow{PA}^2+\overrightarrow{PB}^2+\overrightarrow{PC}^2=x^2+y^2+(x-6)^2+y^2+x^2+(y-3)^2$,

$=3x^2-12x+3y^2-6y+45=3[(x-2)^2+(y-1)^2+10]$,

$\therefore$当$x=2$,$y=1$时取的最小值,

此时$\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{BC}=(2,1)\cdot(-6,3)=-12+3=-9$,故答案为：$-9$.

9．**解**：(Ⅰ)$\because 0<\alpha<\pi$,$sin\alpha=\frac{4}{5}$,$\therefore cos\alpha=\pm\sqrt{1-\sin^2\alpha}=\pm\frac{3}{5}$,

则$tan\alpha=\frac{sin\alpha}{\cos\alpha}=\pm\frac{4}{3}$;

(Ⅱ)$\frac{\sin(180^\circ-\alpha)\sin(270^\circ-\alpha)\tan(90^\circ-\alpha)}{\sin(90^\circ+\alpha)\tan(270^\circ+\alpha)\tan(360^\circ-\alpha)}=\frac{sin\alpha(-cos\alpha)cot\alpha}{\cos\alpha(-\cot\alpha)(-\tan\alpha)}=-cos\alpha$.

10．**解**：(Ⅰ)由$\vec{a}=(2,1)$,由$|\vec{c}|=2\sqrt{5}$,且$\vec{c}\parallel\vec{a}$,可设$\vec{c}=(2\lambda,\lambda)$,

$\therefore 4\lambda^2+\lambda^2=20$,求得$\lambda=\pm2$,$\therefore\vec{c}=(4,2)$,或$\vec{c}=(-4,-2)$.

(Ⅱ)$\because\vec{a}+2\vec{b}$与$2\vec{a}-\vec{b}$垂直,$\therefore(\vec{a}+2\vec{b})\cdot(2\vec{a}-\vec{b})=2\vec{a}^2+3\vec{a}\cdot\vec{b}-2\vec{b}^2=0$,

即 $2\times5+3\times\sqrt{5}\times\frac{\sqrt{5}}{2}\cos<\vec{a}\,\vec{b}>-2\times\frac{5}{4}=0$，求得 $\cos<\vec{a}\,\vec{b}>=-1$,

$\because<\vec{a}\,\vec{b}>\in[0,\pi]$ $\therefore$ $<\vec{a}\,\vec{b}>=\pi$，即 $\vec{a}$与$\vec{b}$的夹角$\theta=\pi$.

11．**解**：(1)函数$f(x)$是定义在 R 上的奇函数,

则$f(0)=0$,即$f(0)=\frac{b-2^0}{2^0+a}=\frac{b-1}{1+a}=0$,得$b=1$,

$f(x)=\frac{1-2^x}{a+2^x}$,　则$f(1)=\frac{1-2}{2+a}=-\frac{1}{2+a}$,$f(-1)=\frac{1-\frac{1}{2}}{a+\frac{1}{2}}=\frac{1}{2a+1}$,

则$f(-1)=-f(1)$,　即$\frac{1}{2a+1}=\frac{1}{2+a}$，即 $2a+1=2+a$，得$a=1$;

(2)$\because a=1$,$b=1$,$\therefore f(x)=\frac{1-2^x}{1+2^x}=\frac{2-(1+2^x)}{1+2^x}=\frac{2}{1+2^x}-1$,

设$x_1<x_2$，则$f(x_1)-f(x_2)=\frac{2}{1+2^{x_1}}-\frac{2}{1+2^{x_2}}=\frac{2(2^{x_2}-2^{x_1})}{(1+2^{x_1})(1+2^{x_2})}$,

$\because x_1<x_2$，$\therefore 2^{x_1}<2^{x_2}$，则$f(x_1)>f(x_2)$,即$f(x)$在$(-\infty,\infty)$上为减函数;

(3)由$f(t-2)+f(t+1)<0$ 得$f(t-2)<-f(t+1)$,

$\because f(x)$是奇函数,且在$(-\infty,+\infty)$上是减函数,

$\therefore$不等式等价为$f(t-2)<f(-t-1)$，即$t-2>-t-1$．得$t>\frac{1}{2}$.

即实数 t 的取值范围是$(\frac{1}{2},+\infty)$.