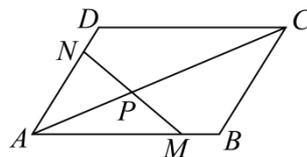


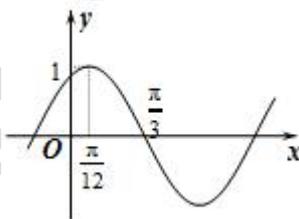
期末综合小练 13

1. 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, M 、 N 分别为 AB 、 AD 上的点, 且 $\overrightarrow{AM} = \frac{4}{5}\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AN} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AD}$, 连接 AC 、 MN 交于 P 点, 若 $\overrightarrow{AP} = \lambda\overrightarrow{AC}$, 则 λ 的值为()



- A. $\frac{3}{5}$ B. $\frac{3}{7}$ C. $\frac{4}{11}$ D. $\frac{4}{13}$

2. $f(x) = A\sin(\omega x + \varphi)$ ($A > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 的图象如图所示, 为了得到 $f(x)$ 的图象, 则只要将 $g(x) = \cos 2x$ 的图象()



- A. 向右平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度
 B. 向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度
 C. 向左平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度
 D. 向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度

3. 已知向量 \vec{a} , \vec{b} 的夹角为 60° , $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 1$, 则 $|\vec{a} + 2\vec{b}| =$ _____.

4. 已知 $\alpha \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$, 且 $\sin \alpha = \frac{1}{3}$.

(1) 求 $\sin 2\alpha$ 的值;

(2) 若 $\sin(\alpha + \beta) = -\frac{3}{5}$, $\beta \in (0, \frac{\pi}{2})$, 求 $\sin \beta$ 的值.

期末综合练 13 答案

1. 【答案】C

【解析】 【分析】

本题考查了平面向量的线性运算, 共线定理, 及三点共线的充要条件, 属于中档题. 根据向量加减的运算法则和向量共线的充要条件及三点共线的充要条件即可求出答案.

【解答】

解: $\because \overrightarrow{AM} = \frac{4}{5}\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AN} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AD}$,

$$\begin{aligned}\therefore \overrightarrow{AP} &= \lambda \overrightarrow{AC} = \lambda(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}) \\ &= \lambda\left(\frac{5}{4}\overrightarrow{AM} + \frac{3}{2}\overrightarrow{AN}\right)\end{aligned}$$

$$= \frac{5}{4}\lambda\overrightarrow{AM} + \frac{3}{2}\lambda\overrightarrow{AN},$$

$\therefore M, N, P$ 三点共线.

$$\therefore \frac{5}{4}\lambda + \frac{3}{2}\lambda = 1,$$

$$\therefore \lambda = \frac{4}{11},$$

故选 C.

2. 【答案】A

【解析】【分析】

本题主要考查利用了 $y = A\sin(\omega x + \varphi)$ 的图象变换规律，属于基础题.
先根据图象确定 A 的值，进而根据三角函数结果的点求出 φ 与 ω 的值，确定函数 $f(x)$ 的解析式，然后根据诱导公式将函数化为余弦函数，再平移即可得到结果.

【解答】

解：函数 $f(x) = A\sin(\omega x + \varphi)$ ($A > 0, \omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 的部分图象，

可得 $A = 1, \frac{1}{4}T = \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{12} = \frac{\pi}{4}, T = \pi$ ，则 $\omega = 2$ ，

再根据五点法作图可得

$$2 \times \frac{\pi}{12} + \varphi = \frac{\pi}{2}, \text{ 求得 } \varphi = \frac{\pi}{3},$$

$$\text{故 } f(x) = \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right).$$

函数 $y = f(x)$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位，

$$\text{可得 } y = \sin\left[2\left(x + \frac{\pi}{12}\right) + \frac{\pi}{3}\right]$$

$$= \sin\left(2x + \frac{\pi}{2}\right) = \cos 2x \text{ 的图象,}$$

则只要将 $g(x) = \cos 2x$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度可得 $f(x)$.

故选 A.

3. 【答案】 $2\sqrt{3}$

【解析】【分析】

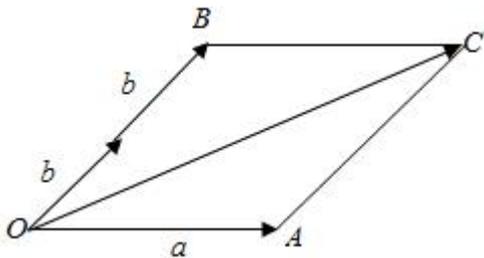
本题考查利用平面向量的数量积求模长，属于简单题.
法一根据平面向量的数量积求出模长即可. 法二数形结合与余弦定理.

【解答】

解：【解法一】向量 \vec{a}, \vec{b} 的夹角为 60° ，且 $|\vec{a}| = 2, |\vec{b}| = 1$ ，

$$\begin{aligned} & \therefore (\vec{a} + 2\vec{b})^2 = \vec{a}^2 + 4\vec{a} \cdot \vec{b} + 4\vec{b}^2 \\ & = 2^2 + 4 \times 2 \times 1 \times \cos 60^\circ + 4 \times 1^2 = 12, \\ & \therefore |\vec{a} + 2\vec{b}| = 2\sqrt{3}. \end{aligned}$$

【解法二】根据题意画出图形，如图所示：



结合图形 $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = \vec{a} + 2\vec{b}$;

在 $\triangle OAC$ 中，由余弦定理得

$$|\overrightarrow{OC}| = \sqrt{2^2 + 2^2 - 2 \times 2 \times 2 \times \cos 120^\circ} = 2\sqrt{3},$$

$$\text{即 } |\vec{a} + 2\vec{b}| = 2\sqrt{3}.$$

故答案为 $2\sqrt{3}$.

4. 【答案】解：(1) $\because \alpha \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$ ，且 $\sin \alpha = \frac{1}{3}$ ，

$$\therefore \cos \alpha = -\sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = -\frac{2\sqrt{2}}{3},$$

$$\therefore \sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cos \alpha = 2 \times \frac{1}{3} \times \left(-\frac{2\sqrt{2}}{3}\right) = -\frac{4\sqrt{2}}{9}.$$

(2) $\because \sin(\alpha + \beta) = -\frac{3}{5}$ ， $\beta \in (0, \frac{\pi}{2})$ ， $\alpha \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$ ，

$$\therefore \alpha + \beta \in (\pi, \frac{3\pi}{2}),$$

$$\therefore \cos(\alpha + \beta) = -\sqrt{1 - \sin^2(\alpha + \beta)} = -\frac{4}{5},$$

$$\therefore \sin \beta = \sin[(\alpha + \beta) - \alpha]$$

$$= \sin(\alpha + \beta)\cos \alpha - \cos(\alpha + \beta)\sin \alpha$$

$$= -\frac{3}{5} \times \left(-\frac{2\sqrt{2}}{3}\right) - \left(-\frac{4}{5}\right) \times \frac{1}{3}$$

$$= \frac{6\sqrt{2} + 4}{15}.$$

【解析】本题主要考查同角三角函数的基本关系，三角函数在各个象限中的符号，二倍角的正弦公式，以及两角和差的正弦公式的应用，属于中档题。

(1) 利用同角三角函数的基本关系，三角函数在各个象限中的符号，求得 $\cos \alpha$ 的值，再利用二倍角的正弦公式求得 $\sin 2\alpha$ 的值。

(2) 先确定 $\alpha + \beta \in (\pi, \frac{3\pi}{2})$ ，可得 $\cos(\alpha + \beta)$ 的值，再根据 $\sin \beta = \sin[(\alpha + \beta) - \alpha]$ ，利用两角和的正弦公式求得结果。