

江苏省仪征中学 2020-2021 学年度第二学期高二数学

周三练习 5

21.3.24

1-6. ABCDAD 7. ABC 8. AD

9. $(0, \frac{1}{e})$ 10. $(-\infty, -1]$ 11. 2 12. $\sqrt{2}; (-\infty, 1]$

13.解: (1)由已知可得, $a^2 + b^2 - 2a + 2bi = 7 + 4i$, $\therefore \begin{cases} a^2 + b^2 - 2a = 7 \\ 2b = 4 \end{cases}$, 解之得 $\begin{cases} a = 3 \\ b = 2 \end{cases}$, 或 $\begin{cases} a = -1 \\ b = 2 \end{cases}$,

$\therefore z = 3 + 2i$ 或 $z = -1 + 2i$

(2)由复数相等的性质, 可知 $a = 1 - 3 + 5 - 7 + 9 - 11 + \dots - 2019 + 2021 = 1 + \overset{2+2+\dots+2}{505 \text{ 个}} = 1011$,

$b = 2 - 4 + 6 - 8 + 10 - 12 + \dots + 2018 - 2020 = -\overset{(2+2+\dots+2)}{505 \text{ 个}} = -1010$. $\therefore a - b = 2021$.

另解: $z = 1 + 2i + 3i^2 + 4i^3 + 5i^4 + \dots + 2020i^{2019} + 2021i^{2020}$ ①

$\therefore zi = 1i + 2i^2 + 3i^3 + 4i^4 + 5i^5 + \dots + 2020i^{2020} + 2021i^{2021}$ ②

$\therefore$ ① - ②得: $z(1 - i) = 1 + i + i^2 + i^3 + i^4 + \dots + i^{2020} - 2021i^{2021} = 1 - 2020i$

$\therefore z = \frac{1-2021i}{1-i} = \frac{(1-2021i)(1+i)}{(1-i)(1+i)} = \frac{2022-2020i}{2} = 1011 - 1010i$, $\therefore a = 1011$, $b = -1010$, $\therefore a - b = 2021$.

14.解: (1)函数 $f(x) = [ax^2 - (4a + 1)x + 4a + 3]e^x$ 的导数为 $f'(x) = [ax^2 - (2a + 1)x + 2]e^x$,

由题意可得曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线斜率为 0,

可得 $(a - 2a - 1 + 2)e = 0$, 且 $f(1) = (a + 2)e \neq 0$, 解得 $a = 1$;

(2) $f(x)$ 的导数为 $f'(x) = [ax^2 - (2a + 1)x + 2]e^x = (x - 2)(ax - 1)e^x$,

①当 $a < 0$ 时, 则 $\frac{1}{a} < 2$, 此时 $f(x)$ 在 $(\frac{1}{a}, 2)$ 递增; 在 $(2, +\infty)$, $(-\infty, \frac{1}{a})$ 递减,

可得 $f(x)$ 在 $x = 2$ 处取得极大值, 不符题意;

②当 $a = 0$ 时, 若 $x < 2$, 则 $f'(x) > 0$, $f(x)$ 递增; 若 $x > 2$, 则 $f'(x) < 0$, $f(x)$ 递减,

可得 $f(x)$ 在 $x = 2$ 处取得极大值, 不符题意;

③当 $0 < a < \frac{1}{2}$ 时, 则 $\frac{1}{a} > 2$, 此时 $f(x)$ 在 $(2, \frac{1}{a})$ 递减; 在 $(\frac{1}{a}, +\infty)$, $(-\infty, 2)$ 递增,

可得 $f(x)$ 在 $x = 2$ 处取得极大值, 不符题意;

④当 $a = \frac{1}{2}$ 时, 此时 $f'(x) = \frac{1}{2}(x - 2)^2 e^x \geq 0$, $f(x)$ 在 R 上递增, 无极值, 不符合题意;

⑤当 $a > \frac{1}{2}$ 时, 则 $\frac{1}{a} < 2$, 此时 $f(x)$ 在 $(\frac{1}{a}, 2)$ 递减; 在 $(2, +\infty)$, $(-\infty, \frac{1}{a})$ 递增,

可得 $f(x)$ 在 $x = 2$ 处取得极小值, 满足题意.

综上可得, a 的取值范围是 $(\frac{1}{2}, +\infty)$.