

江苏省仪征中学 2018-2019 学年第二学期期末复习数学讲义（文 2）

- 在 $\triangle ABC$ 中, $AC = \sqrt{7}$, $BC = 2$, $B = 60^\circ$, 则 $\triangle ABC$ 的面积等于_____.
- 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 已知 $a^2 + 3b^2 + 2c^2 = 11$, 则 $\triangle ABC$ 面积的最大值为_____.
- 若 θ 为锐角, 且 $\sin(\theta - \frac{\pi}{3}) = \frac{\sqrt{5}}{5}$, 则 $\sin(2\theta + \frac{\pi}{3}) =$ _____.
- 函数 $f(x) = \frac{1}{\sqrt{-x^2 + 6x - 5}}$ 在区间 $(m, m+1)$ 上递减, 则 m 的取值范围是_____.
- 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知圆心在第一象限的圆 C 与 x 轴交于 $A(1, 0), B(3, 0)$ 两点, 且与直线 $x - y + 1 = 0$ 相切, 则圆 C 的标准方程为_____.
- 知函数 $f(x)$ 是定义在 R 上的偶函数, 且在 $(-\infty, 0]$ 上是增函数, 设 $a = f(\log_{\frac{1}{4}} 7), b = f((\frac{3}{5})^{\frac{1}{5}}), c = f((\frac{2}{5})^{\frac{3}{5}})$, 则 a, b, c 按从小到大的顺序为_____.
- $y = m$ 分别与曲线 $y = 2(x + 1)$, 与 $y = x + \ln x$ 交于点 A, B , 则 $|AB|$ 的最小值为_____.
- 函数 $f(x) = x^3 + (1 - a)x^2 - a(a + 2)x (a \in R)$ 在区间 $(-2, 2)$ 不单调, 则 a 的取值范围是_____.
- 函数 $f(x) = ax^3 - x^2 + x + 2, g(x) = \frac{e^{\ln x}}{x}$, 若对于 $\forall x_1 \in (0, 1], \forall x_2 \in (0, 1]$, 都有 $f(x_1) \geq g(x_2)$, 则实数 a 的取值范围是_____.
- 数 $f(x)$ 满足 $f(x + 3) = -\frac{1}{f(x)}$, 且在 $(-3, 0]$ 上, $f(x) = \begin{cases} 1 + \cos \frac{\pi x}{3}, & -3 < x \leq -\frac{3}{2}, \\ |x - 2| + 2, & -\frac{3}{2} < x \leq 0 \end{cases}$, $f(f(\frac{39}{2})) =$ _____.
- 已知函数 $f(x) = 3^x - 3^{-x}$, $f(1 - 2 \log_3 t) + f(3 \log_3 t - 1) \geq \log_{\frac{1}{3}} t$, 则实数 t 的取值范围是_____.
- 直线 l_1, l_2 分别是函数 $f(x) = \begin{cases} -\ln x, & 0 < x < 1, \\ \ln x, & x > 1, \end{cases}$ 图象上点 P_1, P_2 处的切线, l_1 与 l_2 垂直

相交于点 P ，且 l_1, l_2 分别与 y 轴相交于点 A, B ，则 $\triangle PAB$ 的面积取值范围是_____

13. 已知命题 p : 函数 $f(x) = \lg(ax^2 - x + \frac{1}{16}a)$ 的定义域为 R ，命题 q : 方程

$4x^2 + 4(a-2)x + 1 = 0$ 无实根.

(1) 若 $\neg p$ 为真命题，求的取值范围；

(2) 若 $p \vee q$ 为真， $p \wedge q$ 为假，求实数 a 的取值范围.

14. 在 $\triangle ABC$ 中，角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ，若 $b\cos C + (c-2a)\cos B = 0$.

(1) 求 B ；

(2) 若 $\tan(A + \frac{\pi}{4}) = 7$ ，求 $\cos(C-A)$ 的值.

15. 已知函数 $f(x) = x|x - a| + 2x$.

(1) 当 $a = 3$ 时, 方程 $f(x) = m$ 的解的个数;

(2) 若对任意 $x \in [1, 2]$ 时, 函数 $f(x)$ 的图象恒在函数 $g(x) = 2x + 1$ 图象的下方, 求实数 a 的取值范围;

(3) 若函数 $f(x)$ 在 $(-4, 2)$ 上单调递增, 求 a 的范围.

16. 十九大提出对农村要坚持精准扶贫, 至 2020 年底全面脱贫. 现有扶贫工作组到某山区贫困村实施脱贫工作. 经摸底排查, 该村现有贫困农户 100 家, 他们均从事水果种植, 2017 年底该村平均每户年纯收入为 1 万元, 扶贫工作组一方面请有关专家对水果进行品种改良, 提高产量; 另一方面, 抽出部分农户从事水果包装、销售工作, 其人数必须小于种植的人数. 从 2018 年初开始, 若该村抽出 $5x$ 户 ($x \in \mathbf{Z}, 1 \leq x \leq 9$) 从事水果包装、销售. 经测算, 剩下从事水果种植农户的年纯收入每户平均比上一年提高 $\frac{x}{20}$, 而从事包装销售农户的年纯收入每户平均为 $(3 - \frac{1}{4}x)$ 万元 (参考数据: $1.1^3 = 1.331, 1.15^3 \approx 1.521, 1.2^3 = 1.728$).

(1) 至 2020 年底, 为使从事水果种植农户能实现脱贫 (每户年均纯收入不低于 1 万 6 千元), 至少抽出多少户从事包装、销售工作?

(2) 至 2018 年底, 该村每户年均纯收入能否达到 1.35 万元? 若能, 请求出从事包装、销售的户数; 若不能, 请说明理由.

17. 已知函数 $f(x) = ax^3 - x^2 + bx$ ($a, b \in \mathbb{R}$), $f'(x)$ 为其导函数, 且 $x = 3$ 时 $f(x)$ 有极小值 -9 .

(1) 求 $f(x)$ 的单调递减区间;

(2) 若 $g(x) = 2mf'(x) + (6m - 8)x + 6m + 1$, $h(x) = mx$, 当 $m > 0$ 时, 对于任意 x , $g(x)$ 和 $h(x)$ 的值至少有一个是正数, 求实数 m 的取值范围;

(3) 若不等式 $f'(x) > k(x \ln x - 1) - 6x - 4$ (k 为正整数) 对任意正实数 x 恒成立, 求 k 的最大值.

18 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 圆 $C: x^2 + y^2 - 4x = 0$ 及点 $A(-1, 0)$, $B(1, 2)$.

(1) 若直线 l 平行于 AB , 与圆 C 相交于 M, N 两点, $MN = AB$, 求直线 l 的方程;

(2) 在圆 C 上是否存在点 P , 使得 $PA^2 + PB^2 = 12$? 若存在, 求点 P 的个数; 若不存在, 说明理由.

