江苏省仪征中学 2021—2022 学年度第一学期高三数学

集合单元检测

班级________________姓名__________________学号_________________评价________

一、单项选择题(本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分)

1. 已知集合 $M=\{x|-4<x<2\}$，$N=\{x|x^2-x-6<0\}$，则 $M\cap N$=(　　)

A．$\{x|-4<x<3\}$　　B．$\{x|-4<x<-2\}$　　C．$\{x|-2<x<2\}$　　D．$\{x|2<x<3\}$

2. 已知集合 $A=\{x|x>-2\}$，$B=\{x\in\mathbf{Z}|x<3\}$，则 $A\cap B$=(　　)

A．$\{x|-2<x<3\}$　　B．$\{1,2\}$　　C．$\{0,1,2\}$　　D．$\{-1,0,1,2\}$

3. 已知集合 $P=\{2,3,4,5,6\}$，$Q=\{3,5,7\}$．若 $M=P\cap Q$，则 M 的子集个数为(　　)

A．5　　B．4　　C．3　　D．2

4. 已知直线 l，m 和平面 α，$m\subset\alpha$，则“$l//m$”是“$l//\alpha$”的(　　)

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件　　C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

5. 若集合 $A=\{x|x<2\}$，$B=\{x|x^2-5x+6<0，x\in\mathbf{Z}\}$，则 $A\cap B$ 中元素的个数为(　　)

A．0　　B．1　　C．2　　D．3

6. 设 $x\in\mathbf{R}$，则“$x^2-5x<0$”是“$|x-1|<1$”的(　　)

A．充分而不必要条件　B．必要而不充分条件　C．充要条件　D．既不充分也不必要条件

7.设集合 $A=\{x|x^2-5x+6>0\}$，$B=\{x|x-1<0\}$，则 $A\cap B=$(　　)

A．$(-\infty，1)$　　B．$(-2, 1)$　　C．$(-3，-1)$　　D．$(3，+\infty)$

8.设 α，β 为两个平面，则 $\alpha//\beta$ 的充要条件是(　　)

A．α 内有无数条直线与 β 平行　　B．α 内有两条相交直线与 β 平行

C．α，β 平行于同一条直线　　D．α，β 垂直于同一平面

二、多项选择题(本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分)

9. 给出下列四个命题，其中是真命题的为(　　)

A．“$2^a>2^b$”是“$\log_2 a>\log_2 b$”的充要条件

B．对于命题 p：$\exists x\in\mathbf{R}$，使得 $x^2+x+1<0$，则$\neg p$：$\forall x\in\mathbf{R}$，均有 $x^2+x+1\geqslant 0$

C．函数 $f(x)=\dfrac{(x-3)\ln(x-1)}{x-2}$只有 1 个零点

D．$\exists m\in\mathbf{R}$，使$f(x)=(m-1)x^{m^2-4m+3}$ 是幂函数，且在$(-\infty，0)$上单调递减

10. 下列有四个关于命题的判断，其中正确的是(　　)

A．命题“$\exists x_0\in(0，+\infty)$，$3x_0+\cos x_0<1$”是假命题

B．命题“若 $xy\neq 100$，则 $x\neq 4$ 或 $y\neq 25$”是真命题

C．命题“$\forall x\in\mathbf{N}$，$\lg(x+1)>0$”的否定是“$\exists x_0\notin\mathbf{N}$，$\lg(x_0+1)>0$”

D．命题“在$\triangle ABC$ 中，若$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}<0$，则$\triangle ABC$ 是钝角三角形”是真命题

11. 下列结论不正确的有(　　)

A．命题 p：$\exists x\in\mathbf{R}$，$\sin x=-1$ 的否定为：$\forall x\in\mathbf{R}$，$\sin x=-1$

B．已知直线 l_1：$ax+3y-1=0$，l_2：$x+by+1=0$，则 $l_1\perp l_2$ 的充要条件是$\dfrac{a}{b}=-3$

C. 命题“对所有的正数 x，$\sqrt{x}>x-1$”的否定为：存在正数 x，$\sqrt{x}\leqslant x-1$

D．命题“若 $x^2\neq 1$，则 $x\neq 1$”为真命题

12. 下列命题正确的有(　　)

A．$\forall x\in\mathbf{R}$，$x^2-3x+2>0$　　　B．$\exists x\in\mathbf{R}$，$x^2=2$

C．$\exists x\in\mathbf{R}$，$x^2+1=0$　　　D．$\forall x\in\mathbf{R}$，$4x^2>2x-1$

三、填空题(本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分)

13. 设集合 $A=\{m+1，-3\}$，$B=\{2m-1，m-3\}$，若 $A\cup B=\{-4，-3, 0\}$，则实数 $m=$ ＿＿＿＿＿＿.

14. 命题“$\forall x\in\mathbf{R}$，$x^2+x+1>0$”的否定为____________ .

15. 已知 p，q 都是 r 的必要条件，s 是 r 的充分条件，q 是 s 的充分条件，则 r 是 q 的____________条件，p 是 q 的____________条件 .

16. 设集合 $M=\{x|\log_2(x-1)<0\}$，集合 $N=\{x|x\geqslant -2\}$，则 $M\cap N=$____________.

四、解答题(本大题共 4 小题,共 40 分)

17. 已知命题 p：$(x+1)(x-5)\leqslant 0$，命题 q：$1-m\leqslant x\leqslant 1+m(m>0)$．若 p 是 q 的充分条件，求实数 m 的取值范围.

18. 若命题“$\exists x_0\in[1，2]$，$x_0^2+2x_0+a\geqslant 0$”为真命题，求实数 a 的取值范围.

19. 已知集合 $A=\{x\in\mathbf{R}|x^2-ax+b=0\}$，$B=\{x\in\mathbf{R}|x^2+cx+15=0\}$，$A\cap B=\{3\}$，$A\cup B=\{3,5\}$.

(1) 求实数 a，b，c 的值；

(2) 设集合 $P=\{x\in\mathbf{R}|ax^2+bx+c\leqslant 7\}$，求集合 $P\cap\mathbf{Z}$.

20. 设集合 $A=\{0，-4\}$，$B=\{x|x^2+2(a+1)x+a^2-1=0，x\in\mathbf{R}\}$. 若 $B\subseteq A$，求实数 a 的取值范围.

江苏省仪征中学 2021—2022 学年度第一学期高三数学

集合单元检测

班级________________姓名_________________学号________________评价________

一、单项选择题(本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分)

1.已知集合 $M=\{x|-4<x<2\}$，$N=\{x|x^2-x-6<0\}$，则 $M\cap N$＝(　　)

A．$\{x|-4<x<3\}$　　　　B．$\{x|-4<x<-2\}$

C．$\{x|-2<x<2\}$　　　　D．$\{x|2<x<3\}$

答案 C

解析 由 $x^2-x-6<0$，得$(x-3)(x+2)<0$，解得$-2<x<3$，即 $N=\{x|-2<x<3\}$，$\therefore M\cap N=\{x|-2<x<2\}$．故选 C.

2.已知集合 $A=\{x|x>-2\}$，$B=\{x\in\mathbf{Z}|x<3\}$，则 $A\cap B$＝(　　)

A．$\{x|-2<x<3\}$　　　　B．$\{1,2\}$

C．$\{0,1,2\}$　　　　D．$\{-1,0,1,2\}$

答案 D

解析 $\because$集合 $A=\{x|x>-2\}$，$B=\{x\in\mathbf{Z}|x<3\}$，

$\therefore A\cap B=\{-1,0,1,2\}$．故选 D.

3.已知集合 $P=\{2,3,4,5,6\}$，$Q=\{3,5,7\}$．若 $M=P\cap Q$，则 M 的子集个数为(　　)

A．5　　　　B．4

C．3　　　　D．2

答案 B

解析 因为 $P\cap Q=\{3,5\}$，所以集合 M 的子集个数为 4.故选 B.

4.已知直线 l，m 和平面 α，$m\subset\alpha$，则“$l\parallel m$”是“$l\parallel\alpha$”的(　　)

A．充分不必要条件　　　　B．必要不充分条件

C．充要条件　　　　D．既不充分也不必要条件

答案 D

解析 直线 l，m，平面 α，且 $m\subset\alpha$，若 $l\parallel m$，当 $l\not\subset\alpha$ 时，$l\parallel\alpha$，当 $l\subset\alpha$ 时不能得出结论，故充分性不成立；若 $l\parallel\alpha$，过 l 作一个平面 β，若 $\alpha\cap\beta=m$ 时，则有 $l\parallel m$，否则 $l\parallel m$ 不成立，故必要性也不成立．由上证知“$l\parallel m$”是“$l\parallel\alpha$”的既不充分也不必要条件．故选 D.

5.若集合 $A=\{x|x<2\}$，$B=\{x|x^2-5x+6<0，x\in\mathbf{Z}\}$，则 $A\cap B$ 中元素的个数为(　　)

A．0　　　　B．1

C．2　　　　D．3

答案 A

解析 集合 $A=\{x|x<2\}$，$B=\{x|x^2-5x+6<0，x\in\mathbf{Z}\}=\{x|2<x<3，x\in\mathbf{Z}\}=\varnothing$，则 $A\cap B=\varnothing$，其中元素的个数为 0.故选 A.

6.设 $x\in\mathbf{R}$，则“$x^2-5x<0$”是“$|x-1|<1$”的(　　)

A．充分而不必要条件　　　　B．必要而不充分条件

C．充要条件　　　　D．既不充分也不必要条件

答案 B

解析 由“$x^2-5x<0$”可得“$0<x<5$”;由“$|x-1|<1$”可得“$0<x<2$”.由“$0<x<5$”不能推出“$0<x<2$”，但由“$0<x<2$”可以推出“$0<x<5$”，所以“$x^2-5x<0$”是“$|x-1|<1$”的必要不充分条件．故选 B.

7.设集合 $A=\{x|x^2-5x+6>0\}$，$B=\{x|x-1<0\}$，则 $A\cap B=$(　　)

A．$(-\infty，1)$　　　　B．$(-2,1)$

C．$(-3，-1)$　　　　D．$(3，+\infty)$

答案 A

解析 因为 $A=\{x|x<2$ 或 $x>3\}$，$B=\{x|x<1\}$，

$\therefore A\cap B=(-\infty，1)$．故选 A.

8.设 α，β 为两个平面，则 $\alpha\parallel\beta$ 的充要条件是(　　)

A．α 内有无数条直线与 β 平行

B．α 内有两条相交直线与 β 平行

C．α，β 平行于同一条直线

D．α，β 垂直于同一平面

答案 B

解析 如果平面 α 内有无数条平行直线与 β 平行，则不能得出 $\alpha\parallel\beta$；如果是两条相交直线与 β 平行，则能得出 $\alpha\parallel\beta$，很显然 C，D 都不成立．故选 B.

二、多项选择题

9.给出下列四个命题，其中是真命题的为(　　)

A．“$2^a>2^b$”是“$\log_2a>\log_2b$”的充要条件

B．对于命题 p：$\exists x\in\mathbf{R}$，使得 $x^2+x+1<0$，则$\neg p$：$\forall x\in\mathbf{R}$，均有 $x^2+x+1\geqslant0$

C．函数 $f(x)=\dfrac{(x-3)\ln(x-1)}{x-2}$只有 1 个零点

D．$\exists m\in\mathbf{R}$，使$f(x)=(m-1)x^{m^2-4m+3}$ 是幂函数，且在$(-\infty，0)$上单调递减

答案 BCD

解析 对于 A，因为函数 $y=2^x$ 是增函数，所以由 $2^a>2^b$，得 $a>b$，令 $a=-1$，$b=-2$，但 $\log_2a$ 与 $\log_2b$ 无意义，故 A 错误；

对于 B，因为特称命题的否定是全称命题，

所以 B 正确；

对于 C，函数 $f(x)=\dfrac{(x-3)\ln(x-1)}{x-2}$的定义域为$(1,2)\cup(2，+\infty)$，令 $f(x)=0$，得 $x=3$，故 C 正确；

对于 D，因为 $f(x)=(m-1)xm^2-4x+3$ 是幂函数，所以 $m-1=1$，则 $m=2$，$f(x)=x^{-1}$，在$(-\infty，0)$上单调递减，故 D 正确，故选 BCD.

10.下列有四个关于命题的判断，其中正确的是(　　)

A．命题“$\exists x_0\in(0，+\infty)$，$3x_0+\cos x_0<1$”是假命题

B．命题“若 $xy\neq100$，则 $x\neq4$ 或 $y\neq25$”是真命题

C．命题“$\forall x\in\mathbf{N}$，$\lg(x+1)>0$”的否定是“$\exists x_0\notin\mathbf{N}$，$\lg(x_0+1)>0$”

D．命题“在$\triangle ABC$ 中，若$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}<0$，则$\triangle ABC$ 是钝角三角形”是真命题

答案 AB

解析 设 $f(x)=3x+\cos x$，$(x>0)$，

则 $f'(x)=3-\sin x>0$，

所以 $f(x)$在$(0，+\infty)$上单调递增，

即 $f(x)>f(0)=1$，

所以命题“$\exists x_0\in(0，+\infty)$，$3x_0+\cos x_0<1$”是假命题，A 正确；

若 $x=4$ 且 $y=25$，则 $xy=100$，

所以命题“若 $xy\neq100$，则 $x\neq4$ 或 $y\neq25$”是真命题，B 正确；

命题“$\forall x\in N$，$\lg(x+1)>0$”的否定是“$\exists x\in\mathbf{N}$，

$\lg(x+1)\leqslant0$”，C 错误；

在△ABC 中，若$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}<0$，

则$\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}>0$，则 B 为锐角，

从而不能判断△ABC 是钝角三角形，D 错误．故选 AB.

11.下列结论不正确的有(　　)

A．命题 p：$\exists x\in\mathbf{R}$，$\sin x=-1$ 的否定为：$\forall x\in\mathbf{R}$，$\sin x=-1$

B．已知直线 l_1：$ax+3y-1=0$，l_2：$x+by+1=0$，则 $l_1\perp l_2$ 的充要条件是$\frac{a}{b}=-3$

C. 命题“对所有的正数 x，$\sqrt{x}>x-1$”的否定为：存在正数 x，$\sqrt{x}\leqslant x-1$

D．命题“若 $x^2=1$，则 $x=1$”的否命题为“若 $x^2\neq1$，则 $x\neq1$”

答案 AB

解析 A 中命题 p 的否定为：$\forall x\in\mathbf{R}$，$\sin x\neq-1$；所以 A 错，B 当 $b=a=0$ 时，有 $l_1\perp l_2$，故 B 不正确；C 正确，根据否命题的定义知 D 正确．故选 AB.

12.下列命题正确的有(　　)

A．$\forall x\in\mathbf{R}$，$x^2-3x+2>0$ 恒成立

B．$\exists x\in\mathbf{R}$，$x^2=2$

C．$\exists x\in\mathbf{R}$，$x^2+1=0$

D．$\forall x\in\mathbf{R}$，$4x^2>2x-1$

答案 BD

解析 因为 $x^2-3x+2>0$，$\Delta=(-3)2-4\times2>0$，所以当 $x>2$ 或 $x<1$ 时，$x^2-3x+2>0$ 才成立，所以 A 为假命题；当且仅当 $x=\pm\sqrt{2}$时，$x^2=2$，所以 B 为真命题；对$\forall x\in\mathbf{R}$，$x^2+1\neq0$，所以 C 为假命题；$4x^2-(2x-1)=4x^2-2x+1=3x^2+(x-1)^2>0$，所以 D 为真命题，故选 BD.

三、填空题

13.设集合 $A=\{m+1,-3\}$，$B=\{2m-1,m-3\}$，若 $A\cup B=\{-4,-3,0\}$，则实数 $m=$ ____________.

答案 -1

解析 因为 $A\cup B=\{-4,-3,0\}$，

所以 $m+1=-4$ 或 $m+1=0$，得 $m=-5$ 或 $m=-1$，当 $m=-5$ 时，$2m-1=-11\notin A\cup B$.舍去，

$m=-1$ 时，$A=\{0,-3\}$，$B=\{-3,-4\}$满足题设．

$\therefore m$ 的值为 -1.

14.命题“$\forall x\in\mathbf{R}$，$x^2+x+1>0$”的否定为____________．

答案 $\exists x\in\mathbf{R}$，$x^2+x+1\leqslant0$

15.已知 p，q 都是 r 的必要条件，s 是 r 的充分条件，q 是 s 的充分条件，则 r 是 q 的____________条件，p 是 q 的____________条件．

答案 充要　必要

解析 $q\Rightarrow s\Rightarrow r\Rightarrow q$，所以 r 是 q 的充要条件；$q\Rightarrow s\Rightarrow r\Rightarrow p$，

所以 p 是 q 的必要条件．

16.设集合 $M=\{x|\log_2(x-1)<0\}$，集合 $N=\{x|x\geqslant-2\}$，则 $M\cap N=$____________.

答案 $\{x|1<x<2\}$

解析 因为集合 $M=\{x|1<x<2\}$，集合 $N=\{x|x\geqslant-2\}$，所以 $M\cap N=\{x|1<x<2\}$，故填$\{x|1<x<2\}$．

四、解答题

17.已知命题 p：$(x+1)(x-5)\leqslant0$，命题 q：$1-m\leqslant x\leqslant1+m(m>0)$．若 p 是 q 的充分条件，求实数 m 的取值范围.

答案 $[4,+\infty)$

解析 设使命题 p 成立的集合为 A，命题 q 成立的集合为 B，则 $A=\{x|-1\leqslant x\leqslant 5\}$，$B=\{x|1-m\leqslant x\leqslant 1+m\}$，所以 $A\subseteq B$，所以$\begin{cases} m>0, \\ 1+m\geqslant 5, \\ 1-m\leqslant -1, \end{cases}$ 解得 $m\geqslant 4$.

故实数 m 的取值范围为$[4，+\infty)$．

18.若命题"$\exists x_0\in[1,2]$，$x_0^2+2x_0+a\geqslant 0$"为真命题，求实数 a 的取值范围.

答案 $[-8，+\infty)$

解法1 设函数 $f(x)=x^2+2x+a$."$\exists x_0\in[1,2]$，$x_0^2+2x_0+a\geqslant 0$"为真命题，等价于 $f(x)$在$[1,2]$上的最大值大于或者等于零．又 $f(x)$在$[1,2]$上单调递增，所以 $f(x)_{\max}=f(2)=8+a\geqslant 0$，即 $a\geqslant -8$.

即实数 a 的取值范围是$[-8，+\infty)$．

解法2 由题可知，$\exists x_0\in[1,2]$，$a\geqslant -x_0^2-2x_0$，令 $f(x)=-x^2-2x$，$x\in[1,2]$，$f(x)\in[-8，-3]$，$\therefore a\geqslant -8$.

即实数 a 的取值范围是$(-8，+\infty)$．

19.已知集合 $A=\{x\in\mathbf{R}|x^2-ax+b=0\}$，$B=\{x\in\mathbf{R}|x^2+cx+15=0\}$，$A\cap B=\{3\}$，$A\cup B=\{3,5\}$．

(1) 求实数 a，b，c 的值；

(2) 设集合 $P=\{x\in\mathbf{R}|ax^2+bx+c\leqslant 7\}$，求集合 $P\cap\mathbf{Z}$.

答案 (1)$a=6$，$b=9$，$c=-8$　(2)$\{-2，-1,0,1\}$

解析 (1)因为 $A\cap B=\{3\}$，所以 $3\in B$，所以 $3^2+c\times 3+15=0$，解得 $c=-8$，所以 $B=\{x\in\mathbf{R}|x^2-8x+15=0\}=\{3,5\}$．而 $A\cap B=\{3\}$，$A\cup B=\{3,5\}$，所以 $A=\{3\}$，方程 $x^2-ax+b=0$ 有两个相等的实数根都是 3，所以 $a=6$，$b=9$.所以 $a=6$，$b=9$，$c=-8$.

(2)由(1)得 $6x^2+9x-8\leqslant 7$，

所以 $2x^2+3x-5\leqslant 0$，$P=\left\{x\middle| -\frac{5}{2}\leqslant x\leqslant 1\right\}$，

所以 $P\cap\mathbf{Z}=\{-2，-1,0,1\}$．

20.设集合 $A=\{0，-4\}$，$B=\{x|x^2+2(a+1)x+a^2-1=0，x\in\mathbf{R}\}$．若 $B\subseteq A$，求实数 a 的取值范围.

$\boxed{\text{答案}}$ $(-\infty, -1]\cup\{1\}$

$\boxed{\text{解析}}$ 因为 $A=\{0, -4\}$，所以 $B\subseteq A$ 分以下三种情况：

①当 $B=A$ 时，$B=\{0, -4\}$，

由此知 0 和 -4 是方程 $x^2+2(a+1)x+a^2-1=0$ 的两个根．由根与系数的关系，

得$\begin{cases}\Delta=4(a+1)^2-4(a^2-1)>0, \\ -2(a+1)=-4, \\ a^2-1=0,\end{cases}$ 解得 $a=1$；

②当 $B\neq\varnothing$且 $B\subseteq A$ 时，$B=\{0\}$或 $B=\{-4\}$，

并且 $\Delta=4(a+1)^2-4(a^2-1)=0$，解得 $a=-1$，

此时 $B=\{0\}$满足题意；

③当 $B=\varnothing$时，$\Delta=4(a+1)^2-4(a^2-1)<0$，

解得 $a<-1$.

综上所述，所求实数 a 的取值范围是$(-\infty, -1]\cup\{1\}$．