

江苏省仪征中学 2021—2022 学年度第一学期午间练 7

学校：_____ 姓名：_____ 班级：_____ 考号：_____

一、单选题（本大题共 2 小题，共 10.0 分）

1. 给出下列各式：① $\sqrt[n]{a^n} = a$;

② $\sqrt{a\sqrt{a}} = a^{\frac{3}{4}} (a > 0)$;

③ $\sqrt[3]{-3} = \sqrt[6]{(-3)^2}$. 其中正确的个数为()

A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

2. 已知集合 $A = \{x | -2 \leq x \leq 5\}$, $B = \{x | m+1 \leq x \leq 2m-1\}$, 若 $B \subseteq A$, 则实数 m 的取值范围为()

A. $m \leq 3$ B. $2 \leq m \leq 3$ C. $m \geq 2$ D. $m \geq 3$

二、多选题（本大题共 1 小题，共 5.0 分）

3. 下列各组数既符合分数指数幂的定义，值又相等的是()

A. $(-1)^{\frac{1}{3}}$ 和 $(-1)^{\frac{2}{6}}$ B. 0^{-2} 和 $0^{\frac{1}{1}}$

C. $2^{\frac{1}{2}}$ 和 $4^{\frac{1}{4}}$ D. $3^{\frac{1}{4}}$ 和 $\frac{1}{3^{\frac{1}{4}}}$

三、单空题（本大题共 2 小题，共 10.0 分）

4. 已知 $p: 4x - m < 0$, $q: 1 \leq 3 - x \leq 4$, 若 p 是 q 的一个必要不充分条件, 则实数 m 的取值范围为_____.

5. 若 $4 < x < 7$, 则式子 $\sqrt[4]{(x-4)^4} + \sqrt[4]{(x-7)^4} =$ _____.

四、解答题（本大题共 1 小题，共 12.0 分）

6. (1) 已知 $x + \frac{1}{x} = 2$, 求 $x^2 + \frac{1}{x^2}$ 的值;

(2) 已知 $x^2 - 3x + 1 = 0$, 求 $x^3 + \frac{1}{x^3}$ 的值.

答案和解析

1. 【答案】B

解: ① $\sqrt[n]{a^n} = \begin{cases} a, n \text{ 为奇数} \\ |a|, n \text{ 为偶数} \end{cases}$, $\therefore$ ①错; ② $\sqrt{a}\sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}} = a^1(a > 0)$, $\therefore$ ②正确;

③ $\sqrt[3]{-3} = -\sqrt[3]{3}$, $\sqrt[6]{(-3)^2} = \sqrt[6]{3^2} = \sqrt[3]{3}$, $\therefore$ ③错.

2. 【答案】A

解: 当 B 为空集时, 满足 $B \subseteq A$, 此时 $m+1 > 2m-1$, 解得 $m < 2$;

当 B 不是空集时, 要使 $B \subseteq A$,

$$\text{则} \begin{cases} m+1 \geq -2 \\ 2m-1 \leq 5 \\ m+1 \leq 2m-1 \end{cases}, \text{解得 } 2 \leq m \leq 3,$$

综上所述: $m \leq 3$.

3. 【答案】CD

解: 选项 A 中, $(-1)^{\frac{1}{3}}$ 和 $(-1)^{\frac{2}{6}}$ 均符合分数指数幂的定义, 但 $(-1)^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{-1} = -1$, $(-1)^{\frac{2}{6}} = \sqrt[6]{(-1)^2} = 1$, 故 A 不满足题意; 选项 B 中, 0 的负分数指数幂没有意义, 故 B 不满足题意; 选项 C 中, $2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2}$, $\frac{1}{4^{\frac{1}{4}}} = \frac{1}{\sqrt[4]{2^2}} = \frac{1}{2^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$, 故 C 满足题意; 选项 D 中, 由于 $3^{-\frac{1}{4}} = \frac{1}{3^{\frac{1}{4}}}$, 则 $\frac{1}{3^{-\frac{1}{4}}} = 3^{\frac{1}{4}}$, 故 D 满足题意.

4. 【答案】 $(8, +\infty)$

解: 由 $4x-m < 0$, 得 $x < \frac{m}{4}$, 即 $p: x < \frac{m}{4}$. 由 $1 \leq 3-x \leq 4$ 得 $-1 \leq x \leq 2$. 即 $q: -1 \leq x \leq 2$.

2. $\because p$ 是 q 的一个必要不充分条件, $\therefore \{x | -1 \leq x \leq 2\} \subseteq \{x | x < \frac{m}{4}\}$, 即 $\frac{m}{4} > 2$,

解得 $m > 8$, 故 m 的取值范围为 $(8, +\infty)$

5. 【答案】3

解: 由 $4 < x < 7$, 则式子 $\sqrt[4]{(x-4)^4} + \sqrt[4]{(x-7)^4} = |x-4| + |x-7| = x-4+7-x = 3$.

6. 【答案】(1)解: $x^2 + \frac{1}{x^2} = (x + \frac{1}{x})^2 - 2 = 2$;

(2)解: $\because x^2 - 3x + 1 = 0$, 易得 $x \neq 0$, $\therefore$ 两边同时除以 x , 得 $x + \frac{1}{x} = 3$,

$\therefore (x + \frac{1}{x})^2 = x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 = 9$, 则 $x^2 + \frac{1}{x^2} = 7$, $\therefore x^3 + \frac{1}{x^3} = (x + \frac{1}{x})(x^2 + \frac{1}{x^2} - 1)$

$= 3 \times (7 - 1) = 18$.