## 江苏省仪征中学2025-2026学年度第一学期高三数学学科导学案

## 1.导数的概念及运算

研制人：陆烽琴 审核人：居璇

班级：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_学号：\_\_\_\_\_\_\_\_\_授课日期：

**【课标要求】**

1.通过实例分析，经历由平均变化率过渡到瞬时变化率的过程，了解导数概念的实际

背景，知道导数是关于瞬时变化率的数学表达，体会导数的内涵与思想；

2.能利用给出的基本初等函数的导数公式和导数的四则运算法则，求简单函数的导

数；能求简单的复合函数（限于形如*f*（*ax*+*b*））的导数.

**【基础训练】**

1.判断正误.(正确的打“”,错误的打“×”)

(1)函数的导数. ( )

(2)是函数在附近的平均变化率. ( )

(3)函数的切线与函数图象的公共点只有一个. ( )

(4)函数的导数反映了函数的瞬时变化趋势,其符号反映了变化的方向,其大小反映了变化的快慢,越大,曲线在这点处的切线越“陡”. ( )

2.已知函数*f*(*x*)＝2ln *x*＋8*x*，则 的值为(　　)

A. －20 B. －10　 C. 10 D. 20

3.设曲线在点(0，1)处的切线与直线2x-y+1=0垂直，则的值为　　　　.

4.下列求导运算正确的是( )

A. B.

C. D.

5.水波的半径以50cm/s的速度向外扩张，当半径为250cm时，圆面积的膨胀率是\_\_\_\_.

**【知识梳理】**

**【例题精讲】**

**考点一 导数的运算**

**例1**. 求下列函数的导数:

(1); (2); (3); (4).

**变式** 设函数,

,则( )

A. B. C. D.

**考点二 导数的几何意义**

**例2**. 已知曲线一条切线的斜率为2, 则该切线的方程为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

**变式** 若直线是曲线的切线, 也是曲线的切线, 则\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

**考点三 与切线有关的参数问题**

**例3**. 若函数与函数有公切线, 则实数的取值范围是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

**变式** 已知函数, 函数图象上点处的切线与的图象相交于另一点, 在点处的切线为, 直线的斜率分别为, 且,求满足的关系式.

**【课堂小结】**

**江苏省仪征中学2025-2026学年度第一学期高三数学学科作业**

**导数的概念及运算**

研制人：陆烽琴 审核人：居璇

班级：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_姓名：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_学号：\_\_\_\_\_\_\_\_时长：60分钟

**一、单选题**

1.已知函数f(x)的导函数为，且f(x)=2x+sin x，则f 等于(　　)

A. B. C. D.

2.已知函数f(x)=，则函数f(x)的图象在点(0，f(0))处的切线方程为(　　)

A.x-y-1=0 B.x-y+1=0 C.x·ln 2-y-1=0 D.x·ln 2-y+1=0

3.已知点在曲线上移动,则曲线在点处切线的倾斜角的范围是( )

A. B. C. D.

4.曲线在点处的切线与坐标轴所围三角形的面积为( )

A. B. C. D.

5.已知曲线在点处的切线与抛物线相切,则的值为( )

A. B. C.8 D.1

6.定义方程的实数根为函数的“新驻点”.若函数

的“新驻点”分别为,则的大小关系为( )

A. B. C. D.

**二、多选题**

7.若函数的导函数的图象关于轴对称,则的解析式可能为( )

A. B. C. D.

8.若直线与曲线满足下列两个条件:①直线在点处与曲线相切;②曲线在附近位于直线的两侧,则称直线在点处“切过”曲线.下列命题正确的是( )

A.直线在点处“切过”曲线

B.直线在点处“切过”曲线

C.直线在点处“切过”曲线

D.直线在点处“切过”曲线

**三、填空题**

9.若函数, 记),则\_\_\_\_\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

10.若*P*是曲线上任一点，则点*P*到直线的最小距离为

**四、解答题**

11.已知函数.

(1)求斜率为1的曲线的切线方程;

(2)求曲线在点处的切线方程;

(3)求曲线过点的切线方程.

12.设函数,曲线在点处的切线方程为.

(1)求的解析式;

(2)证明:曲线上任一点处的切线与直线和直线所围成的三角形面积为定值,并求此定值.

**江苏省仪征中学2025-2026学年度第一学期高三数学学科导学案**

**2.导数与函数的单调性**

研制人：陆烽琴 审核人：居璇

班级：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_学号：\_\_\_\_\_\_\_\_\_授课日期：

**【课标要求】**

1.结合实例，借助几何直观了解函数的单调性与导数的关系；

2.能利用导数研究函数的单调性；

3.对于多项式函数，能求不超过三次的多项式函数的单调区间.

**【基础训练】**

1.判断正误. (正确的打“”,错误的打“×”)

(1)若函数在内单调递增,则一定有. ( )

(2)若函数在某个区间内恒有,则在此区间内没有单调性. ( )

(3)在内且的根有有限个,则在内单调递减. ( )

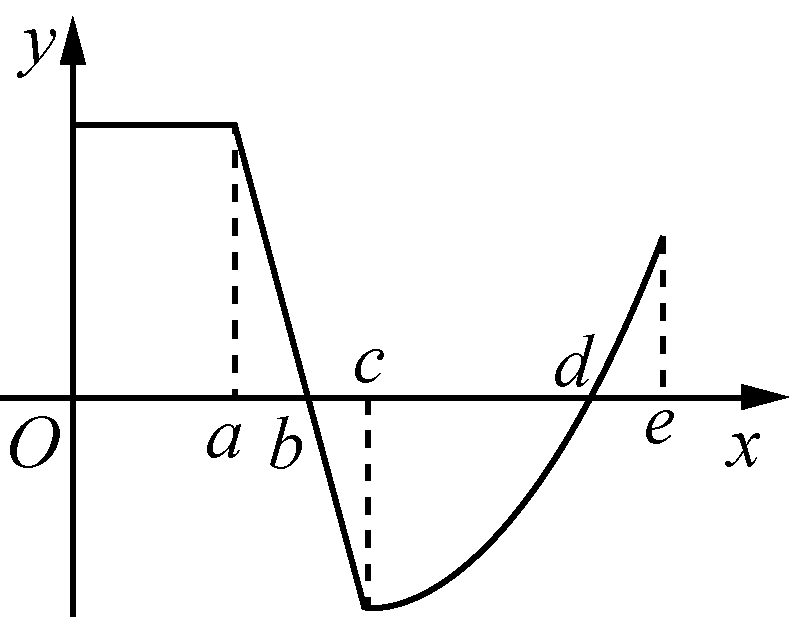
(4)若函数在定义域上恒有,则在定义域上一定单调递增. ( )

2.函数在上的单调性是( )

A.先增后减 B.先减后增 C.增函数 D.减函数

3.函数的单调递增区间为( )

A. B. C. D.

4.(多选)函数*y*＝的图象如图所示，那么下列关于函数*y*＝*f*(*x*)的判断正确的是(　　)

A. 在区间(0，*a*)上，*f*(*x*)为定值

B. 函数*y*＝*f*(*x*)在区间(*a*，*b*)内单调递增

C. 函数*y*＝*f*(*x*)在区间(*c*，*e*)内单调递增

D. 函数*y*＝*f*(*x*)在区间(*b*，*d*)内单调递减

5. 已知函数在区间上单调递减,则实数的取值范围是\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

**【知识梳理】**

1.不含参数的函数的单调性

2.含参数的函数的单调性

3.函数单调性的应用

**【例题精讲】**

**考点一 利用导数判定或求函数的单调区间**

**例1.** 函数的单调减区间为\_\_\_\_\_\_\_,单调增区间为\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

**变式** 已知函数,则的大小关系为( )

A. B.

C. D.

**考点二 含参数函数单调性的讨论**

**例2.** 已知函数,试讨论的单调性.

**变式** 已知*a*＞0，函数*f*(*x*)＝e*x*－(*a*－1)*x*－ln *a*，讨论*f*(*x*)的单调性．

**考点三 利用导数求参数的范围**

**例3.** 已知函数.

(1)若函数存在单调递减区间, 求的取值范围;

(2)若函数在,4]上单调递减, 求的取值范围.

**变式** 若函数*f*(*x*)＝*x*3－12*x*在区间(*k*－1，*k*＋1)上不单调，则实数*k*的取值范围是(　　)

A. (－∞，－3]∪[－1，1]∪[3，＋∞) B. (－3，－1)∪(1，3)

C. (－2，2) D. 不存在这样的实数*k*

**【课堂小结】**

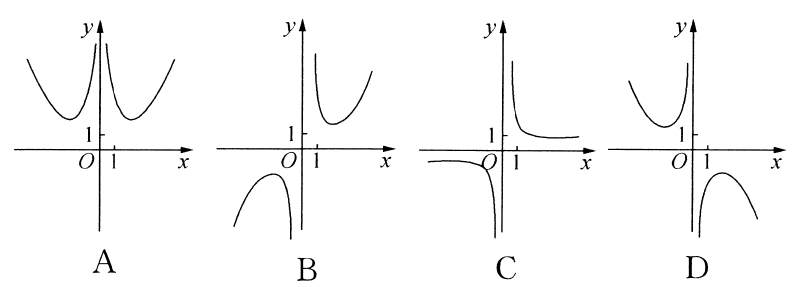
**江苏省仪征中学2025-2026学年度第一学期高三数学学科作业**

**2.导数与函数的单调性**

研制人：陆烽琴 审核人：居璇

班级：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_姓名：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_学号：\_\_\_\_\_\_\_\_时长：60分钟

**一、单选题**

1.函数的图象大致为( )

2.若函数在区间上单调递增, 则的取值范围是( )

A. B. C. D.

3.已知函数,则( )

A. B.

C. D.

4.定义在上的函数满足是的导函数,则不等式1的解集是( )

A. B.

C. D.

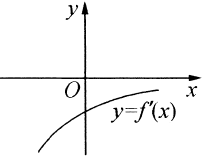
5.求形如的函数的导数,我们常采用以下做法:先两边同取自然对数得,再两边同时求导得,于是得到, 运用此方法求得函数的单调递增区间是( )

A. B. C. D.

6.已知函数, 其中是自然对数的底数.若,则实数的取值范围是( )

A. B. C. D.

**二、多选题**

7.已知函数的定义域为,其导函数的图象如图所示,则对于任意,下列结论正确的是( )

A.恒成立

B.

C.

D.

8.定义在上的函数,若对任意两个不相等的实数,都有,则称函数为“函数”.则下列函数是“函数”的为( )

A. B.

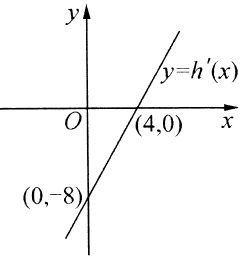
C. D.

**三、填空题**

9.已知函数,则函数的单调递增区间为\_\_\_\_\_\_\_\_\_,若函数在区间上单调递减,则实数的取值范围是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

10.已知函数.若在函数的定义域内存在区间,使得该函数在区间上为减函数,则实数的取值范围是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

**四、解答题**

11.已知二次函数2, 其导函数的图象如图所示,.

(1)求函数的解析式;

(2)若函数在区间上是单调函数,求实数的取值范围.

12.已知函数*f*(*x*)＝*a*(e*x*＋*a*)－*x*.(1) 讨论*f*(*x*)的单调性；

(2) 求证：当*a*＞0时，*f*(*x*)＞2ln *a*＋.

**江苏省仪征中学2025-2026学年度第一学期高三数学学科导学案**

**3**.**导数与函数的极值、最值**

研制人：陆烽琴 审核人：居璇

班级：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_学号：\_\_\_\_\_\_\_\_\_授课日期：

**【课标要求】**

1.借助函数的图象，了解函数在某点取得极值的必要条件和充分条件；

2.能利用导数求某些函数的极大值、极小值以及给定闭区间上不超过三次的多项式函数的最大值、最小值；

3.体会导数与单调性、极值、最大（小）值的关系.

**【基础训练】**

1.判断正误. (正确的打“”,错误的打“×”)

（1）函数在某区间上或定义域内的极大值是唯一的.( )

（2）导数为零的点不一定是极值点. ( )

（3）函数的极大值一定比极小值大. ( )

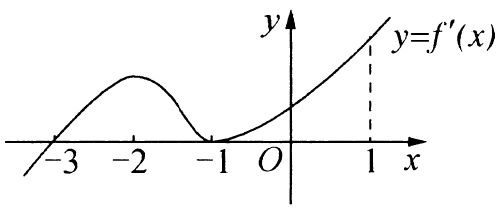
（4）开区间上的单调连续函数无最值. ( )

2.函数的极大值为( )

A.2 B. C.1 D.

3.函数在上的最大值和最小值分别是( )

A. B.50,14 C. D.

4.(多选题)已知函数的导函数的图象如图所示,以下命题错误的是( )

A.是函数的极值点

B.是函数的最小值点

C.在区间上单调递增

D.在处切线的斜率小于零

5.已知函数在处有极值0, 则\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

**【知识梳理】**

1.函数的极值与极值点：

2.函数极值的求法：

**【例题精讲】**

**考点一 利用导数研究函数的极值**

**例1**. 已知函数*f*(*x*)＝*a* ln *x*＋－*x*.

(1) 设*a*＝1，*b*＝－2，求曲线*y*＝*f*(*x*)的斜率为2的切线方程；

(2) 若*x*＝1是*f*(*x*)的极小值点，求*b*的取值范围.

**考点二 利用导数研究函数的最值**

**例2.** 函数*f*(*x*)＝|2*x*－1|－2ln *x*的最小值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

**变式** 已知函数*f*(*x*)＝*a* ln *x*－2*x*－(*a*≠0)，求*f*(*x*)在区间(0，1]上的最大值．

**例3. （多选）**设函数*f*(*x*)＝2*x*3－3*ax*2＋1，则(　　)

A. 当*a*＞1时，*f*(*x*)有三个零点

B. 当*a*＜0时，*x*＝0是*f*(*x*)的极大值点

C. 存在*a*，*b*，使得*x*＝*b*为曲线*y*＝*f*(*x*)的对称轴

D. 存在*a*，使得点(1，*f*(1))为曲线*y*＝*f*(*x*)的对称中心

**【课堂小结】**

**江苏省仪征中学2025-2026学年度第一学期高三数学学科作业**

**3.导数与函数的极值、最值**

研制人：陆烽琴 审核人：居璇

班级：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_学号：\_\_\_\_\_\_\_\_\_时长：60分钟

**一、单选题**

1.设函数, 则( )

A.为的极大值点 B.为的极小值点

C.为的极大值点 D.为的极小值点

2.函数的最小值为( )

A.0 B.1 C.2 D.3

3.若函数在)上有最小值, 则实数的取值范围是( )

A. B. C. D.

4.已知函数的导函数为,对任意,都有成立,若,则满足不等式的的取值范围是( )

A. B. C. D.

5.已知函数在处取得极小值, 则的极大值为( )

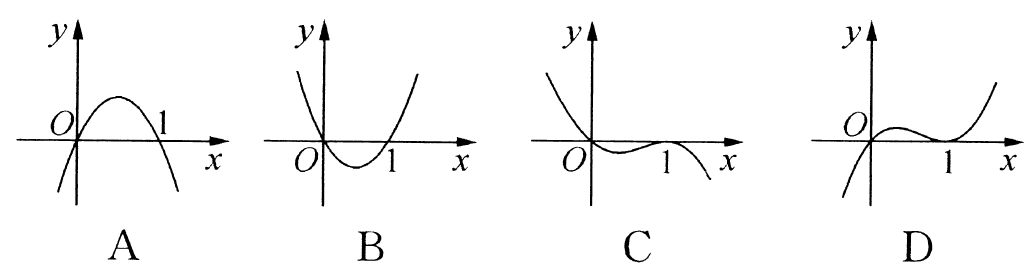
A.2 B. C. D.

6.若函数存在个极值点,则称为折函数,例如为2折函数.已知函数, 则为( )

A.2折函数 B.3折函数 C.4折函数 D.5折函数

**二、多选题**

7.设函数在上可导,其导函数为,若函数在处取得极大值,则函数的图象不可能是( )



8.已知函数是函数的极值点, 以下几个结论正确的是( )

A. B. C. D.

**三、填空题**

9. 已知函数,则的最大值是\_\_\_\_\_\_\_的最小值是\_\_\_\_\_\_\_\_.

10.若函数与满足:存在实数,使得,则称函数为的“友导”函数.已知函数为函数的“友导”函数,则的取值范围是\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

**四、解答题**

11.已知函数.

(1)若,求证:;

(2)试讨论函数的极值.

12.已知函数.

(1)当时,求曲线在点处的切线与两坐标轴围成的三角形的面积;

(2)若,求的取值范围.

**江苏省仪征中学2025-2026学年度第一学期高三数学学科导学案**

**4.利用导数研究不等式**

研制人：陆烽琴 审核人：居璇

班级：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_学号：\_\_\_\_\_\_\_\_\_授课日期：

**【课标要求】**

1.以函数知识为载体,利用导数为工具研究函数的性质(单调性、极值、最值).

2.对于几个不等式同时恒成立问题、存在性问题, 会分别转化得到参数的范围问题.

3.通过数形结合思想、分类讨论思想、函数与方程思想、转化与化归思想等, 深入地培

养我们分析问题和解决问题的能力.

**【基础训练】**

1.判断正误. (正确的打“”,错误的打“×”)

(1)要证明,只要证明. ( )

(2)要证明,只要证明. ( )

(3)若, 则. ( )

(4)若对任意的,都有,则. ( )

(5)若存在, 使得 , 则. ( )

2.已知函数,若在定义域内不大于0, 则实数的取值范围为( )

A. B. C. D.

3.若在上恒成立,则实数的最小值为( )

4.(多选题)下列不等式恒成立的是( )

A. B.

C. D.

5.已知函数,若在上恒成立,则实数的取值范围是\_\_\_\_\_\_.

**【知识梳理】**

**【例题精讲】**

**考点一 利用导数证明不等式**

**例1.** 设函数.求证：.

**变式** 已知函数*f*(*x*)＝*a*(*x*－1)－ln *x*＋1.若*a*≤2时，求证：当*x*＞1时，*f*(*x*)＜e*x*-1恒成立．

**考点二 含参不等式恒成立或存在性问题**

**例2.** (1)已知函数, 若存在, 使得, 则实数的取值范围是\_\_\_\_\_\_\_\_.

(2)已知函数,且,则实数\_\_\_\_\_\_\_\_.

**考点三 含双量词的恒成立或存在性问题**

**例3.** 设函数*f*(*x*)＝(*x*－1)(e*x*－e)，*g*(*x*)＝e*x*－*ax*－1，其中*a*∈**R**.若对∀*x*2∈[0，＋∞)，都∃*x*1∈**R**，使得不等式*f*(*x*1)≤*g*(*x*2)成立，求*a*的最大值．

**【课堂小结】**

**江苏省仪征中学2025-2026学年度第一学期高三数学学科作业**

**4.利用导数研究不等式**

研制人：陆烽琴 审核人：居璇

班级：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_学号：\_\_\_\_\_\_\_\_\_时长：60分钟

**一、单选题**

1.已知函数,若存在,使得有解,则实数的取值范围是

( )

A. B. C. D.

2.已知函数(为自然对数的底数),若在上恒成立,则实数的取值范围是( )

A. B.,e C. D.

3. 已知*x*＞0，*y*＞0，且e2*x*－e*y*＞sin 2*x*－sin *y*，则( )

A. B. C. D.

4.若,则( )

A. B.

C. D.

5. 已知*f*(*x*)＝*x*3－3*x*＋3－，*g*(*x*)＝ln *x*＋*a*＋1，∃*x*1∈[0，2]，∀*x*2∈[1，3]，使得*f*(*x*1)≤*g*(*x*2)成立，则实数*a*的取值范围是(　　)

A. 　 B. [1，＋∞) C. 　 D. [－2，＋∞)

**二、多选题**

6.已知不等式对任意的恒成立,则满足条件的整数的可能值为( )

A. B. C. D.

7.若0＜*x*1＜*x*2＜1，e为自然对数的底数，则下列结论错误的是(　　)

A. *x*2e*x*1＜*x*1e*x*2　　　　 B. *x*2e*x*1＞*x*1e*x*2

C. e*x*2－e*x*1＞ln *x*2－ln *x*1　　　　 D. e*x*2－e*x*1＜ln *x*2－ln *x*1

**三、填空题**

8.设函数,若不等式有正实数解,则实数的最小值为\_\_\_.

9.设函数,若对于任意,都有成立,则实数的值为\_\_\_\_\_\_\_\_.

**四、解答题**

10.已知函数在(为自然对数的底数)处取得极小值.

(1)求实数的值; (2)当时,求证:.

11. 已知函数*f*（*x*）＝e·e*x*－＋1，*g*（*x*）＝＋2.

(1)求函数*g*（*x*）的极值； (2)当*x*＞0时，证明：*f*（*x*）≥ *g*（*x*）.

**江苏省仪征中学2025-2026学年度第一学期高三数学学科导学案**

**5.导数与函数的零点**

研制人：陆烽琴 审核人：居璇

班级：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_学号：\_\_\_\_\_\_\_\_\_授课日期：

**【课标要求】**

1.理解零点的存在性定理，并能灵活使用；

2.掌握利用导数解决函数零点问题的常用方法；

3.掌握由函数的零点个数问题去解决参数的值或参数的取值范围．

**【基础训练】**

**1.** 函数*f*(*x*)＝*x*2＋*x*－(*x*＋1)sin*x*的零点的个数是　(　　)

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

**2.** 已知函数*f*(*x*)＝*x*3＋*ax*2＋*bx*＋*c*，则“*a*2－3*b*>0”是“*f*(*x*)有三个不同的零点”的(　　)

A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件

C. 充要条件 D. 既不充分又不必要条件

**3.** (多选)已知函数*f*(*x*)＝*ex*－*ax*2(*a*为常数)，则下列结论中正确的有(　　)

A. 若*f*(*x*)有3个零点，则实数*a*的取值范围是

B. 当*a*＝时，*x*＝1是*f*(*x*)的极值点

C. 当*a*＝时，*f*(*x*)的零点*x*0满足－1<*x*0<－

D. 当*a*＝1时，*f*(*x*)≥0恒成立

**4.** 已知函数*g*（*x*）＝e*x*（*x*－2）－*m*有两个零点，则实数*m*的取值范围是\_\_\_\_\_\_\_\_．

**5.** 设*a*∈**R**，函数*f*(*x*)＝*ex*－*ax*，试讨论函数*f*(*x*)的零点个数，并说明理由．

**【知识梳理】**

**【例题精讲】**

**题组一　探究函数的零点个数**

例**1**　设函数*f*(*x*)＝*x*2－*mlnx*，g(*x*)＝*x*2－(*m*＋1)*x*，当*m*≥1时，讨论*f*(*x*)与*g*(*x*)图象的交点个数．

**题组二　由函数的零点个数求参数范围**

例**2**　若关于*x*的方程*kx*－－1＝0在区间(0，*e*]上有两个不相等的实根，则实数*k*的取值范围是\_\_\_\_\_\_\_\_．

例**3**　函数 *f*(*x*)＝3ln *x*－*ax,*已知*x*1，*x*2是*f*(*x*)的两个零点(*x*1＜*x*2)，求实数*a*的取值范围．

**题组三　虚设零点问题**

例4　已知函数(其中为参数)

（1）若，且直线与的图象相切，求实数的值；

（2）若对任意,不等式成立，求正实数的取值范围.

**【课堂小结】**

**江苏省仪征中学2025-2026学年度第一学期高三数学学科作业**

**5.导数与函数的零点**

研制人：陆烽琴 审核人：居璇

班级：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_学号：\_\_\_\_\_\_\_\_\_时长：60分钟

**一、单选题**

1. 若函数*f*(*x*)＝*x*3－3*x*2－9*x*＋*m*仅有一个零点，则实数*m*的取值范围是(　　)

A. (－5，＋∞) B. (－∞，－27)∪(5，＋∞)

C. (－∞，27) D. (－∞，－5)∪(27，＋∞)

2. 函数*f*(*x*)＝*x*2＋*x*－(*x*＋1)sin*x*的零点的个数是　(　　)

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

3.若函数*f*(*x*)＝*lnx*－*ax*有两个不同的零点，则实数*a*的取值范围是(　　)

A. (0，＋∞) B. C. (0，e) D.

4. 已知函数g(*x*)，*h*(*x*)分别是定义在**R**上的偶函数和奇函数，且g(*x*)＋*h*(*x*)＝e*x*＋*x*，若函数*f*(*x*)＝2|*x*－1|＋λg(*x*－1)－6λ2有唯一零点，则正实数λ的值为(　　)

A. B. C. 2 D. 3

5. 已知函数*f*(*x*)＝(x∈**R**)，若关于方程[*f*(*x*)]2－*t f*(*x*)＋t－1＝0恰好有4个不相等的实根，则实数*t*的取值范围是(　　)

A. ∪(2，e) B. C. D.

**二、多选题**

6．若函数*f*(*x*)＝的图象和直线*y*＝*ax*有四个不同的交点，则实数*a*的取值可以是(　　)

A. 4 B. 2 C. 0 D. －

7. 设函数*f*(*x*)＝*ax*－*xa*(*a*>1)的定义域为(0，＋∞)，已知*f*(*x*)有且只有一个零点，则下列结论中正确的有(　　)

A. *a*＝*e* B. *f*(*x*)在区间(1，e)上单调递增

C. *x*＝1是*f*(*x*)的极大值点 D. *f*(*e*)是*f*(*x*)的最小值

**三、填空题**

8. 函数*f*(*x*)＝(1＋*x*2)e*x*－1的零点个数为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

9. 若曲线*y*＝*x*3－3*x*与*y*＝－(*x*－1)2＋*a*在(0，＋∞)上有两个不同的交点，则实数*a*的取值范围为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

**四、解答题**

11. 已知函数*f*(*x*)＝e*x*－*a*(*x*＋3)．

(1) 当*a*＝1时，求*f*(*x*)的最小值；

(2) 若*f*(*x*)有两个零点，求实数*a*的取值范围．

12. 已知函数*f*(*x*)＝e*x*＋*x*＋4ln(2－*x*)．

(1)求函数*f*(*x*)的图象在点(0，*f*(0))处的切线方程；

(2)判断函数*f*(*x*)的零点个数，并说明理由．