## 江苏省仪征中学2025-2026学年度第一学期高三数学学科导学案

## 1.导数的概念及运算

研制人：陆烽琴 审核人：居璇

班级：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_学号：\_\_\_\_\_\_\_\_\_授课日期：

**【课标要求】**

1.通过实例分析，经历由平均变化率过渡到瞬时变化率的过程，了解导数概念的实际

背景，知道导数是关于瞬时变化率的数学表达，体会导数的内涵与思想；

2.能利用给出的基本初等函数的导数公式和导数的四则运算法则，求简单函数的导

数；能求简单的复合函数（限于形如*f*（*ax*+*b*））的导数.

**【基础训练】**

1.判断正误.(正确的打“$√$”,错误的打“×”)

(1)函数$f(x)=sin2x$的导数$f^{'}(x)=cos2x$. ( )

(2)$f^{'}\left(x\_{0}\right)$是函数$y=f(x)$在$x=x\_{0}$附近的平均变化率. ( )

(3)函数的切线与函数图象的公共点只有一个. ( )

(4)函数$y=f(x)$的导数$f^{'}(x)$反映了函数$f(x)$的瞬时变化趋势,其符号反映了变化的方向,其大小$\left|f^{'}(x)\right|$反映了变化的快慢,$\left|f^{'}(x)\right|$越大,曲线在这点处的切线越“陡”. ( )

2.已知函数*f*(*x*)＝2ln *x*＋8*x*，则 的值为(　　)

A. －20 B. －10　 C. 10 D. 20

3.设曲线在点(0，1)处的切线与直线2x-y+1=0垂直，则的值为　　　　.

4.下列求导运算正确的是( )

A.$\left(\frac{1}{ln⁡x}\right)^{'}=-\frac{1}{xln^{2}⁡x}$ B.$\left(x^{2}e^{x}\right)^{'}=2x+e^{x}$

C.$(xcos⁡x)^{'}=-sin⁡x$ D.$\left(x-\frac{1}{x}\right)^{'}=1+\frac{1}{x^{2}}$

5.水波的半径以50cm/s的速度向外扩张，当半径为250cm时，圆面积的膨胀率是\_\_\_\_.

**【知识梳理】**

**【例题精讲】**

**考点一 导数的运算**

**例1**. 求下列函数的导数:

(1)$y=e^{x}sinx$; (2)$y=\frac{x^{3}+2x-x^{2}lnx-1}{x^{2}}$; (3)$y=\frac{sinx}{2+cosx}$; (4)$y=\frac{ln(2x+1)}{x}$.

**变式** 设函数$f\left(x\right)=e^{x}\sin(x), f\_{0}\left(x\right)=f\left(x\right),f\_{1}\left(x\right)=f^{'}\_{0}\left(x\right), f\_{2}\left(x\right)=f^{'}\_{1}(x),\cdots $,

$f\_{n+1}(x)=f^{'}\_{n}(x),n\in N$,则$f\_{20}(x)=$( )

A.$(-4)^{4}e^{x}sinx$ B.$(-4)^{4}e^{x}cosx$ C.$(-4)^{5}e^{x}sinx$ D.$(-4)^{5}e^{x}cosx$

**考点二 导数的几何意义**

**例2**. 已知曲线$y=lnx+x+1$一条切线的斜率为2, 则该切线的方程为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

**变式** 若直线$y=kx+b$是曲线$y=lnx+2$的切线, 也是曲线$y=ln(x+1)$的切线, 则$b=$\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

**考点三 与切线有关的参数问题**

**例3**. 若函数$f(x)=lnx$与函数$g\left(x\right)=x^{2}+2x+lna (x<0)$有公切线, 则实数$a$的取值范围是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

**变式** 已知函数$f(x)=x^{3}+ax^{2}+bx+1(a,b\in R)$, 函数$f(x)$图象上点$A$处的切线$l\_{1}$与$f(x)$的图象相交于另一点$B$, 在点$B$处的切线为$l\_{2}$, 直线$l\_{1},l\_{2}$的斜率分别为$k\_{1},k\_{2}$, 且$k\_{2}=4k\_{1}$,求$a,b$满足的关系式.

**【课堂小结】**

**江苏省仪征中学2025-2026学年度第一学期高三数学学科作业**

　**导数的概念及运算**

研制人：陆烽琴 审核人：居璇

班级：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_姓名：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_学号：\_\_\_\_\_\_\_\_时长：60分钟

**一、单选题**

1.已知函数f(x)的导函数为$f^{'}(x)$，且f(x)=2x$f^{'}\left(\frac{π}{3}\right)$+sin x，则f $\left(\frac{π}{3}\right)$等于(　　)

A.$\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{π}{3}$ B.$\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{π}{3}$ C.$\frac{\sqrt{3}}{2}$ D.$-\frac{\sqrt{3}}{2}$

2.已知函数f(x)=，则函数f(x)的图象在点(0，f(0))处的切线方程为(　　)

A.x-y-1=0 B.x-y+1=0 C.x·ln 2-y-1=0 D.x·ln 2-y+1=0

3.已知点$P$在曲线$y=x^{3}-x+\frac{2}{3}$上移动,则曲线在点$P$处切线的倾斜角$α$的范围是( )

A.$\left[0,\frac{3π}{4}\right]$ B.$\left[0,\frac{π}{2}\right)∪\left[\frac{3π}{4},π\right)$ C.$\left(\frac{π}{2},\frac{3π}{4}\right]$ D.$\left[\frac{3π}{4},π\right)$

4.曲线$y=e^{x}$在点$\left(2,e^{2}\right)$处的切线与坐标轴所围三角形的面积为( )

A.$e^{2}$ B.$2e^{2}$ C.$4e^{2}$ D.$\frac{e^{2}}{2}$

5.已知曲线$y=x+lnx$在点$(1,1)$处的切线与抛物线$y=ax^{2}+(a+2)x+1$相切,则$a$的值为( )

A.$-1$ B.$-8$ C.8 D.1

6.定义方程$f(x)=f^{'}(x)$的实数根$x\_{0}$为函数$f(x)$的“新驻点”.若函数$g\left(x\right)=x^{2}+1, h\left(x\right)$

$ =ln(x+2),φ(x)=cosx(x\in (0,π))$的“新驻点”分别为$a,b,c$,则$a,b,c$的大小关系为( )

A.$a<b<c$ B.$a<c<b$ C.$b<a<c$ D.$b<c<a$

**二、多选题**

7.若函数$f(x)$的导函数$f^{'}(x)$的图象关于$y$轴对称,则$f(x)$的解析式可能为( )

A.$f(x)=3cosx$ B.$f(x)=x^{3}+x$ C.$f(x)=x+\frac{1}{x}$ D.$f(x)=e^{x}+x$

8.若直线$l$与曲线$C$满足下列两个条件:①直线$l$在点$P\left(x\_{0},y\_{0}\right)$处与曲线$C$相切;②曲线$C$在$P$附近位于直线$l$的两侧,则称直线$l$在点$P$处“切过”曲线$C$.下列命题正确的是( )

A.直线$l:y=0$在点$P(0,0)$处“切过”曲线$C:y=x^{3}$

B.直线$l:y=x$在点$P(0,0)$处“切过”曲线$C:y=sinx$

C.直线$l:y=x$在点$P(0,0)$处“切过”曲线$C:y=tanx$

D.直线$l:y=x-1$在点$P(1,0)$处“切过”曲线$C:y=lnx$

**三、填空题**

9.若函数$f\_{1}(x)=f(x)=sinx+cosx$, 记$f\_{2}\left(x\right)=f\_{1}^{'}\left(x\right),f\_{3}\left(x\right)=f\_{2}^{'}\left(x\right),\cdots ,f\_{n}\left(x\right)= f\_{n-1}^{'}(x)\left(n\in N^{\*},n⩾\right.2$),则$f\_{1}\left(x\right)+f\_{2}\left(x\right)+f\_{3}\left(x\right)+f\_{4}\left(x\right)=$\_\_\_\_\_\_\_\_\_$;$

$ f\_{1}\left(\frac{π}{2}\right)+ f\_{2}\left(\frac{π}{2}\right)+\cdots +f\_{2020}\left(\frac{π}{2}\right)+f\_{2021}\left(\frac{π}{2}\right)=$\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

10.若*P*是曲线上任一点，则点*P*到直线的最小距离为

**四、解答题**

11.已知函数$f(x)=\frac{1}{3}x^{3}+\frac{4}{3}$.

(1)求斜率为1的曲线$y=f(x)$的切线方程;

(2)求曲线$y=f(x)$在点$P(2,4)$处的切线方程;

(3)求曲线$y=f(x)$过点$P(2,4)$的切线方程.

12.设函数$f(x)=ax-\frac{b}{x}$,曲线$y=f(x)$在点$(2,f(2))$处的切线方程为$7x-4y-12=0$.

(1)求$f(x)$的解析式;

(2)证明:曲线$f(x)$上任一点处的切线与直线$x=0$和直线$y=x$所围成的三角形面积为定值,并求此定值.

**江苏省仪征中学2025-2026学年度第一学期高三数学学科导学案**

**2.导数与函数的单调性**

研制人：陆烽琴 审核人：居璇

班级：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_学号：\_\_\_\_\_\_\_\_\_授课日期：

**【课标要求】**

1.结合实例，借助几何直观了解函数的单调性与导数的关系；

2.能利用导数研究函数的单调性；

3.对于多项式函数，能求不超过三次的多项式函数的单调区间.

**【基础训练】**

1.判断正误. (正确的打“$√$”,错误的打“×”)

(1)若函数$f(x)$在$(a,b)$内单调递增,则一定有$f^{'}(x)>0$. ( )

(2)若函数$f(x)$在某个区间内恒有$f^{'}(x)=0$,则$f(x)$在此区间内没有单调性. ( )

(3)在$(a,b)$内$f^{'}(x)⩽0$且$f^{'}(x)=0$的根有有限个,则$f(x)$在$(a,b)$内单调递减. ( )

(4)若函数$f(x)$在定义域上恒有$f^{'}(x)>0$,则$f(x)$在定义域上一定单调递增. ( )

2.函数$f(x)=sinx-x$在$(0,π)$上的单调性是( )

A.先增后减 B.先减后增 C.增函数 D.减函数

3.函数$y=3lnx-x^{3}$的单调递增区间为( )

A.$(-\infty ,1)$ B.$(0,1)$ C.$(1,+\infty )$ D.$(0,+\infty )$

4.(多选)函数*y*＝$f^{'}(x)$的图象如图所示，那么下列关于函数*y*＝*f*(*x*)的判断正确的是(　　)

A. 在区间(0，*a*)上，*f*(*x*)为定值

B. 函数*y*＝*f*(*x*)在区间(*a*，*b*)内单调递增

C. 函数*y*＝*f*(*x*)在区间(*c*，*e*)内单调递增

D. 函数*y*＝*f*(*x*)在区间(*b*，*d*)内单调递减

5. 已知函数$f(x)=e^{x}-x$在区间$(-\infty ,a)$上单调递减,则实数$a$的取值范围是\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

**【知识梳理】**

1.不含参数的函数的单调性

2.含参数的函数的单调性

3.函数单调性的应用

**【例题精讲】**

**考点一 利用导数判定或求函数的单调区间**

**例1.** 函数$f(x)=ln⁡x+\frac{1}{x}$的单调减区间为\_\_\_\_\_\_\_,单调增区间为\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

**变式** 已知函数$f(x)=xsinx,x\in R$,则$f\left(\frac{π}{5}\right),f(1),f\left(-\frac{π}{3}\right)$的大小关系为( )

A.$f\left(-\frac{π}{3}\right)>f(1)>f\left(\frac{π}{5}\right)$ B.$f(1)>f\left(-\frac{π}{3}\right)>f\left(\frac{π}{5}\right)$

C.$f\left(\frac{π}{5}\right)>f(1)>f\left(-\frac{π}{3}\right)$ D.$f\left(-\frac{π}{3}\right)>f\left(\frac{π}{5}\right)>f(1)$

**考点二 含参数函数单调性的讨论**

**例2.** 已知函数$f(x)=x^{3}-x^{2}+ax+1$,试讨论$f(x)$的单调性.

**变式** 已知*a*＞0，函数*f*(*x*)＝e*x*－(*a*－1)*x*－ln *a*，讨论*f*(*x*)的单调性．

**考点三 利用导数求参数的范围**

**例3.** 已知函数$f\left(x\right)=lnx, g(x)=\frac{1}{2}ax^{2}+2x(a\ne 0)$.

(1)若函数$h(x)=f(x)-g(x)$存在单调递减区间, 求$a$的取值范围;

(2)若函数$h(x)=f(x)-g(x)$在$[1$,4]上单调递减, 求$a$的取值范围.

**变式** 若函数*f*(*x*)＝*x*3－12*x*在区间(*k*－1，*k*＋1)上不单调，则实数*k*的取值范围是(　　)

A. (－∞，－3]∪[－1，1]∪[3，＋∞) B. (－3，－1)∪(1，3)

C. (－2，2) D. 不存在这样的实数*k*

**【课堂小结】**

**江苏省仪征中学2025-2026学年度第一学期高三数学学科作业**

**2.导数与函数的单调性**

研制人：陆烽琴 审核人：居璇

班级：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_姓名：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_学号：\_\_\_\_\_\_\_\_时长：60分钟

**一、单选题**

1.函数$f(x)=\frac{e^{x}-e^{-x}}{x^{2}}$的图象大致为( )

2.若函数$f(x)=kx-lnx$在区间$(1,+\infty )$上单调递增, 则$k$的取值范围是( )

A.$(-\infty ,-2]$ B.$(-\infty ,-1]$ C.$[2,+\infty )$ D.$[1,+\infty )$

3.已知函数$f(x)=\frac{ln⁡x}{x}$,则( )

A.$f(2)>f(e)>f(3)$ B.$f(3)>f(e)>f(2)$

C.$f(3)>f(2)>f(e)$ D.$f(e)>f(3)>f(2)$

4.定义在$R$上的函数$f(x)$满足$f(x)>1-f^{'}(x),f(0)=0,f^{'}(x)$是$f(x)$的导函数,则不等式$e^{x}f(x)>e^{x}-$1的解集是( )

A.$(-\infty ,0)∪(1,+\infty )$ B.$(-\infty ,-1)∪(0,+\infty )$

C.$(0,+\infty )$ D.$(-\infty ,-1)∪(1,+\infty )$

5.求形如$y=f(x)^{g(x)}$的函数的导数,我们常采用以下做法:先两边同取自然对数得$lny=g\left(x\right)lnf(x)$,再两边同时求导得$\frac{1}{y}⋅y^{'}=g^{'}(x)lnf(x)+g(x)\frac{1}{f(x)}f^{'}(x)$,于是得到$y^{'}=f(x)^{g(x)}⋅\left[g^{'}(x)lnf(x)+\right.\left.g(x)\frac{1}{f(x)}f^{'}(x)\right]$, 运用此方法求得函数$y=x^{\frac{1}{x}}$的单调递增区间是( )

A.$(e,4)$ B.$(3,6)$ C.$(0,e)$ D.$(2,3)$

6.已知函数$f(x)=x^{3}-2x+1+e^{x}-\frac{1}{e^{x}}$, 其中$e$是自然对数的底数.若$f(a-1)+f\left(2a^{2}\right)⩽2$,则实数$a$的取值范围是( )

A.$\left[-1,\frac{3}{2}\right]$ B.$\left[-\frac{3}{2},1\right]$ C.$\left[-1,\frac{1}{2}\right]$ D.$\left[-\frac{1}{2},1\right]$

**二、多选题**

7.已知函数$f(x)$的定义域为$R$,其导函数$f^{'}(x)$的图象如图所示,则对于任意$x\_{1},x\_{2}\in R\left(x\_{1}\ne x\_{2}\right)$,下列结论正确的是( )

A.$f(x)<0$恒成立

B.$\left(x\_{1}-x\_{2}\right)\left[f\left(x\_{1}\right)-f\left(x\_{2}\right)\right]<0$

C.$f\left(\frac{x\_{1}+x\_{2}}{2}\right)>\frac{f\left(x\_{1}\right)+f\left(x\_{2}\right)}{2}$

D.$f\left(\frac{x\_{1}+x\_{2}}{2}\right)<\frac{f\left(x\_{1}\right)+f\left(x\_{2}\right)}{2}$

8.定义在$R$上的函数$f(x)$,若对任意两个不相等的实数$x\_{1},x\_{2}$,都有$x\_{1}f\left(x\_{1}\right)+x\_{2}f\left(x\_{2}\right)>x\_{1}f\left(x\_{2}\right)+x\_{2}f\left(x\_{1}\right)$,则称函数$f(x)$为“$H$函数”.则下列函数是“$H$函数”的为( )

A.$f(x)=e^{x}+1$ B.$f(x)=3x-2(sinx-cosx)$

C.$f(x)=-x^{3}+x+1$ D.$f(x)=\left\{\begin{matrix}ln|x|,&x\ne 0,\\0,&x=0\end{matrix}\right.$

**三、填空题**

9.已知函数$f(x)=x^{2}-2lnx$,则函数$f(x)$的单调递增区间为\_\_\_\_\_\_\_\_\_,若函数$f(x)$在区间$(0,a)$上单调递减,则实数$a$的取值范围是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

10.已知函数$f(x)=mx^{2}-x+lnx$.若在函数$f(x)$的定义域内存在区间$D$,使得该函数在区间$D$上为减函数,则实数$m$的取值范围是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

**四、解答题**

11.已知二次函数$h(x)=ax^{2}+bx+$2, 其导函数$y=h^{'}(x)$的图象如图所示,$ f(x)=6lnx+h(x)$.

(1)求函数$f(x)$的解析式;

(2)若函数$f(x)$在区间$\left(1,m+\frac{1}{2}\right)$上是单调函数,求实数$m$的取值范围.

12.已知函数*f*(*x*)＝*a*(e*x*＋*a*)－*x*.(1) 讨论*f*(*x*)的单调性；

(2) 求证：当*a*＞0时，*f*(*x*)＞2ln *a*＋.

**江苏省仪征中学2025-2026学年度第一学期高三数学学科导学案**

　**3**.**导数与函数的极值、最值**

研制人：陆烽琴 审核人：居璇

班级：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_学号：\_\_\_\_\_\_\_\_\_授课日期：

**【课标要求】**

1.借助函数的图象，了解函数在某点取得极值的必要条件和充分条件；

2.能利用导数求某些函数的极大值、极小值以及给定闭区间上不超过三次的多项式函数的最大值、最小值；

3.体会导数与单调性、极值、最大（小）值的关系.

**【基础训练】**

1.判断正误. (正确的打“$√$”,错误的打“×”)

（1）函数在某区间上或定义域内的极大值是唯一的.( )

（2）导数为零的点不一定是极值点. ( )

（3）函数的极大值一定比极小值大. ( )

（4）开区间上的单调连续函数无最值. ( )

2.函数$f(x)=x^{3}-3x$的极大值为( )

A.2 B.$-2$ C.1 D.$-1$

3.函数$f(x)=2x^{3}+9x^{2}-2$在$[-4,2]$上的最大值和最小值分别是( )

A.$25,-2$ B.50,14 C.$50,-2$ D.$50,-14$

4.(多选题)已知函数$y=f(x)$的导函数$f^{'}(x)$的图象如图所示,以下命题错误的是( )

A.$-3$是函数$y=f(x)$的极值点

B.$-1$是函数$y=f(x)$的最小值点

C.$y=f(x)$在区间$(-3,1)$上单调递增

D.$y=f(x)$在$x=0$处切线的斜率小于零

5.已知函数$f(x)=x^{3}+3ax^{2}+bx+a^{2}$在$x=-1$处有极值0, 则$a-b=$\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

**【知识梳理】**

1.函数的极值与极值点：

2.函数极值的求法：

**【例题精讲】**

**考点一 利用导数研究函数的极值**

**例1**. 已知函数*f*(*x*)＝*a* ln *x*＋－*x*.

(1) 设*a*＝1，*b*＝－2，求曲线*y*＝*f*(*x*)的斜率为2的切线方程；

(2) 若*x*＝1是*f*(*x*)的极小值点，求*b*的取值范围.

**考点二 利用导数研究函数的最值**

**例2.** 函数*f*(*x*)＝|2*x*－1|－2ln *x*的最小值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

**变式** 已知函数*f*(*x*)＝*a* ln *x*－2*x*－(*a*≠0)，求*f*(*x*)在区间(0，1]上的最大值．

**例3. （多选）**设函数*f*(*x*)＝2*x*3－3*ax*2＋1，则(　　)

A. 当*a*＞1时，*f*(*x*)有三个零点

B. 当*a*＜0时，*x*＝0是*f*(*x*)的极大值点

C. 存在*a*，*b*，使得*x*＝*b*为曲线*y*＝*f*(*x*)的对称轴

D. 存在*a*，使得点(1，*f*(1))为曲线*y*＝*f*(*x*)的对称中心

**【课堂小结】**

**江苏省仪征中学2025-2026学年度第一学期高三数学学科作业**

　**3.导数与函数的极值、最值**

研制人：陆烽琴 审核人：居璇

班级：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_学号：\_\_\_\_\_\_\_\_\_时长：60分钟

**一、单选题**

1.设函数$f(x)=\frac{2}{x}+lnx$, 则( )

A.$x=\frac{1}{2}$为$f(x)$的极大值点 B.$x=\frac{1}{2}$为$f(x)$的极小值点

C.$x=2$为$f(x)$的极大值点 D.$x=2$为$f(x)$的极小值点

2.函数$f(x)=x^{3}-3lnx$的最小值为( )

A.0 B.1 C.2 D.3

3.若函数$f(x)=x^{3}-3x$在$(a,6-a^{2}$)上有最小值, 则实数$a$的取值范围是( )

A.$(-\sqrt{5},1)$ B.$[-\sqrt{5},1)$ C.$[-2,1)$ D.$(-2,1)$

4.已知函数$f(x)$的导函数为$f^{'}(x)$,对任意$x\in R$,都有$f^{'}(x)>-f(x)$成立,若$f(ln2)=\frac{1}{2}$,则满足不等式$f(x)>\frac{1}{e^{x}}$的$x$的取值范围是( )

A.$(1,+\infty )$ B.$(0,1)$ C.$(ln2,+\infty )$ D.$(0, ln2)$

5.已知函数$f(x)=2lnx+ax^{2}-3x$在$x=2$处取得极小值, 则$f(x)$的极大值为( )

A.2 B.$-\frac{5}{2}$ C.$3+ln2$ D.$-2+2ln2$

6.若函数$y=f(x)$存在$(n-1)\left(n\in N^{\*}\right)$个极值点,则称$y=f(x)$为$n$折函数,例如$f(x)=x^{2}$为2折函数.已知函数$f(x)=(x+1)e^{x}-x(x+2)^{2}$, 则$f(x)$为( )

A.2折函数 B.3折函数 C.4折函数 D.5折函数

**二、多选题**

7.设函数$f(x)$在$R$上可导,其导函数为$f^{'}(x)$,若函数$f(x)$在$x=1$处取得极大值,则函数$y= -xf^{'}(x)$的图象不可能是( )



8.已知函数$f(x)=xlnx+x^{2},x\_{0}$是函数$f(x)$的极值点, 以下几个结论正确的是( )

A.$0<x\_{0}<\frac{1}{e}$ B.$x\_{0}>\frac{1}{e}$ C.$f\left(x\_{0}\right)+2x\_{0}<0$ D.$f\left(x\_{0}\right)+2x\_{0}>0$

**三、填空题**

9. 已知函数$f(x)=2sinx+sin2x$,则$f(x)$的最大值是\_\_\_\_\_\_\_$;f(x)$的最小值是\_\_\_\_\_\_\_\_.

10.若函数$f(x)$与$g(x)$满足:存在实数$t$,使得$f(t)=g^{'}(t)$,则称函数$g(x)$为$f(x)$的“友导”函数.已知函数$g(x)=-\frac{1}{3}x^{3}-3x+1$为函数$f(x)=2xlnx-ax$的“友导”函数,则$a$的取值范围是\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

**四、解答题**

11.已知函数$f(x)=\frac{1}{2}m\left(x^{2}-1\right)-lnx(m\in R)$.

(1)若$m=1$,求证:$f(x)⩾0$;

(2)试讨论函数$f(x)$的极值.

12.已知函数$f(x)=ae^{x-1}-lnx+lna$.

(1)当$a=e$时,求曲线$y=f(x)$在点$(1,f(1))$处的切线与两坐标轴围成的三角形的面积;

(2)若$f(x)⩾1$,求$a$的取值范围.

**江苏省仪征中学2025-2026学年度第一学期高三数学学科导学案**

**4.利用导数研究不等式**

研制人：陆烽琴 审核人：居璇

班级：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_学号：\_\_\_\_\_\_\_\_\_授课日期：

**【课标要求】**

 1.以函数知识为载体,利用导数为工具研究函数的性质(单调性、极值、最值).

 2.对于几个不等式同时恒成立问题、存在性问题, 会分别转化得到参数的范围问题.

 3.通过数形结合思想、分类讨论思想、函数与方程思想、转化与化归思想等, 深入地培

 养我们分析问题和解决问题的能力.

 **【基础训练】**

1.判断正误. (正确的打“$√$”,错误的打“×”)

(1)要证明$f(x)>g(x)$,只要证明$f(x)\_{min}>g(x)\_{max}$. ( )

(2)要证明$f(x)>g(x)$,只要证明$[f(x)-g(x)]\_{min}>0$. ( )

(3)若$f(x)\_{min}>g(x)\_{max}$, 则$f(x)>g(x)$. ( )

(4)若对任意的$x\_{1},x\_{2}$,都有$f\left(x\_{1}\right)>g\left(x\_{2}\right)$,则$f(x)\_{min}>g(x)\_{max}$. ( )

(5)若存在$x\_{1},x\_{2}$, 使得$f\left(x\_{1}\right)>$ $g\left(x\_{2}\right)$, 则$f(x)\_{max }>g(x)\_{max }$. ( )

2.已知函数$f(x)=lnx-kx$,若$f(x)$在定义域内不大于0, 则实数$k$的取值范围为( )

A.$\left[\frac{1}{2e},+\infty \right)$ B.$\left[\frac{1}{e},+\infty \right)$ C.$\left[\frac{1}{2\sqrt{e}},+\infty \right)$ D.$\left[\frac{1}{\sqrt{e}},+\infty \right)$

3.若$(x-e)^{2}+a⩾\frac{ln⁡x}{x}$在$(0,+\infty )$上恒成立,则实数$a$的最小值为( )

$A.-1$ $B.\frac{1}{e}$ $C.0$ $D.e$

4.(多选题)下列不等式恒成立的是( )

A.$∀x\in \left(0,\frac{π}{2}\right),sinx>\frac{2}{π}x$ B.$lnx⩽x-1$

C.$e^{x}⩾x+1$ D.$\frac{1}{2}x>\sqrt{x-1}$

5.已知函数$f(x)=\frac{e^{x}}{x}-mx$,若$f(x)>0$在$(0,+\infty )$上恒成立,则实数$m$的取值范围是\_\_\_\_\_\_.

**【知识梳理】**

**【例题精讲】**

**考点一 利用导数证明不等式**

**例1.** 设函数$f(x)=2xlnx+1$.求证：$f(x)⩽x^{2}-x+\frac{1}{x}+2lnx$.

**变式** 已知函数*f*(*x*)＝*a*(*x*－1)－ln *x*＋1.若*a*≤2时，求证：当*x*＞1时，*f*(*x*)＜e*x*-1恒成立．

**考点二 含参不等式恒成立或存在性问题**

**例2.** (1)已知函数$f(x)=x\left|x^{2}-a\right|$, 若存在$x\in [1,2]$, 使得$f(x)<2$, 则实数$a$的取值范围是\_\_\_\_\_\_\_\_.

(2)已知函数$f(x)=x-1-alnx$,且$f(x)⩾0$,则实数$a=$\_\_\_\_\_\_\_\_.

**考点三 含双量词的恒成立或存在性问题**

**例3.** 设函数*f*(*x*)＝(*x*－1)(e*x*－e)，*g*(*x*)＝e*x*－*ax*－1，其中*a*∈**R**.若对∀*x*2∈[0，＋∞)，都∃*x*1∈**R**，使得不等式*f*(*x*1)≤*g*(*x*2)成立，求*a*的最大值．

**【课堂小结】**

**江苏省仪征中学2025-2026学年度第一学期高三数学学科作业**

**4.利用导数研究不等式**

研制人：陆烽琴 审核人：居璇

班级：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_学号：\_\_\_\_\_\_\_\_\_时长：60分钟

**一、单选题**

1.已知函数$f(x)=\frac{a}{x}-1+lnx$,若存在$x\_{0}>0$,使得$f\left(x\_{0}\right)⩽0$有解,则实数$a$的取值范围是

( )

A.$a<3$ B.$a⩽1$ C.$a>2$ D.$a⩾3$

2.已知函数$f(x)=\frac{e^{x}}{x}-mx$($e$为自然对数的底数),若$f(x)>0$在$(0,+\infty )$上恒成立,则实数$m$的取值范围是( )

A.$(-\infty ,2)$ B.$(-\infty $,e$)$ C.$\left(\frac{e^{2}}{4},+\infty \right)$ D.$\left(-\infty ,\frac{e^{2}}{4}\right)$

3. 已知*x*＞0，*y*＞0，且e2*x*－e*y*＞sin 2*x*－sin *y*，则( )

A.$2x＜y$ B. $2x＞y$ C.$x＞y$ D.$x＜y$

4.若$0<x\_{1}<x\_{2}<1$,则( )

A.$e^{x\_{2}}-e^{x\_{1}}>lnx\_{2}-lnx\_{1}$ B.$e^{x\_{2}}-e^{x\_{1}}<lnx\_{2}-lnx\_{1}$

C.$x\_{2}e^{x\_{1}}>x\_{1}e^{x\_{2}}$ D.$x\_{2}e^{x\_{1}}<x\_{1}e^{x\_{2}}$

5. 已知*f*(*x*)＝*x*3－3*x*＋3－，*g*(*x*)＝ln *x*＋*a*＋1，∃*x*1∈[0，2]，∀*x*2∈[1，3]，使得*f*(*x*1)≤*g*(*x*2)成立，则实数*a*的取值范围是(　　)

A. 　 B. [1，＋∞) C. 　 D. [－2，＋∞)

**二、多选题**

6.已知不等式$(x-2)e^{x}⩾a$对任意的$x\in R$恒成立,则满足条件的整数$a$的可能值为( )

A.$-4$ B.$-3$ C.$-2$ D.$-1$

7.若0＜*x*1＜*x*2＜1，e为自然对数的底数，则下列结论错误的是(　　)

A. *x*2e*x*1＜*x*1e*x*2　　　　 B. *x*2e*x*1＞*x*1e*x*2

C. e*x*2－e*x*1＞ln *x*2－ln *x*1　　　　 D. e*x*2－e*x*1＜ln *x*2－ln *x*1

**三、填空题**

8.设函数$f(x)=e^{x}\left(x+\frac{3}{x}-3\right)-\frac{a}{x}$,若不等式$f(x)⩽0$有正实数解,则实数$a$的最小值为\_\_\_.

9.设函数$f(x)=kx^{3}-3x+1$,若对于任意$x\in [-1,1]$,都有$f(x)⩾0$成立,则实数$k$的值为\_\_\_\_\_\_\_\_.

**四、解答题**

10.已知函数$f(x)=ax+xlnx$在$x=e^{-2}$($e$为自然对数的底数)处取得极小值.

(1)求实数$a$的值; (2)当$x>1$时,求证:$f(x)>3(x-1)$.

11. 已知函数*f*（*x*）＝e·e*x*－$\frac{2}{x}$＋1，*g*（*x*）＝$\frac{lnx}{x}$＋2.

(1)求函数*g*（*x*）的极值； (2)当*x*＞0时，证明：*f*（*x*）≥ *g*（*x*）.

**江苏省仪征中学2025-2026学年度第一学期高三数学学科导学案**

**5.导数与函数的零点**

研制人：陆烽琴 审核人：居璇

班级：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_学号：\_\_\_\_\_\_\_\_\_授课日期：

**【课标要求】**

1.理解零点的存在性定理，并能灵活使用；

2.掌握利用导数解决函数零点问题的常用方法；

3.掌握由函数的零点个数问题去解决参数的值或参数的取值范围．

**【基础训练】**

**1.** 函数*f*(*x*)＝*x*2＋*x*－(*x*＋1)sin*x*的零点的个数是　(　　)

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

**2.** 已知函数*f*(*x*)＝*x*3＋*ax*2＋*bx*＋*c*，则“*a*2－3*b*>0”是“*f*(*x*)有三个不同的零点”的(　　)

A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件

C. 充要条件 D. 既不充分又不必要条件

**3.** (多选)已知函数*f*(*x*)＝*ex*－*ax*2(*a*为常数)，则下列结论中正确的有(　　)

A. 若*f*(*x*)有3个零点，则实数*a*的取值范围是

B. 当*a*＝时，*x*＝1是*f*(*x*)的极值点

C. 当*a*＝时，*f*(*x*)的零点*x*0满足－1<*x*0<－

D. 当*a*＝1时，*f*(*x*)≥0恒成立

**4.** 已知函数*g*（*x*）＝e*x*（*x*－2）－*m*有两个零点，则实数*m*的取值范围是\_\_\_\_\_\_\_\_．

**5.** 设*a*∈**R**，函数*f*(*x*)＝*ex*－*ax*，试讨论函数*f*(*x*)的零点个数，并说明理由．

**【知识梳理】**

**【例题精讲】**

**题组一　探究函数的零点个数**

例**1**　设函数*f*(*x*)＝*x*2－*mlnx*，g(*x*)＝*x*2－(*m*＋1)*x*，当*m*≥1时，讨论*f*(*x*)与*g*(*x*)图象的交点个数．

**题组二　由函数的零点个数求参数范围**

例**2**　若关于*x*的方程*kx*－－1＝0在区间(0，*e*]上有两个不相等的实根，则实数*k*的取值范围是\_\_\_\_\_\_\_\_．

例**3**　函数 *f*(*x*)＝3ln *x*－*ax,*已知*x*1，*x*2是*f*(*x*)的两个零点(*x*1＜*x*2)，求实数*a*的取值范围．

**题组三　虚设零点问题**

例4　已知函数$f\left(x\right)=e^{x}-alnx,$(其中$a$为参数)

（1）若$a=1$，且直线$y=kx+1$与$y=f\left(x\right)$的图象相切，求实数$k$的值；

（2）若对任意$x\in (0,+\infty )$,不等式$f\left(x\right)>alna$成立，求正实数$a$的取值范围.

**【课堂小结】**

**江苏省仪征中学2025-2026学年度第一学期高三数学学科作业**

**5.导数与函数的零点**

研制人：陆烽琴 审核人：居璇

班级：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_学号：\_\_\_\_\_\_\_\_\_时长：60分钟

**一、单选题**

1. 若函数*f*(*x*)＝*x*3－3*x*2－9*x*＋*m*仅有一个零点，则实数*m*的取值范围是(　　)

A. (－5，＋∞) B. (－∞，－27)∪(5，＋∞)

C. (－∞，27) D. (－∞，－5)∪(27，＋∞)

2. 函数*f*(*x*)＝*x*2＋*x*－(*x*＋1)sin*x*的零点的个数是　(　　)

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

3.若函数*f*(*x*)＝*lnx*－*ax*有两个不同的零点，则实数*a*的取值范围是(　　)

A. (0，＋∞) B. C. (0，e) D.

4. 已知函数g(*x*)，*h*(*x*)分别是定义在**R**上的偶函数和奇函数，且g(*x*)＋*h*(*x*)＝e*x*＋*x*，若函数*f*(*x*)＝2|*x*－1|＋λg(*x*－1)－6λ2有唯一零点，则正实数λ的值为(　　)

A. B. C. 2 D. 3

5. 已知函数*f*(*x*)＝(x∈**R**)，若关于方程[*f*(*x*)]2－*t f*(*x*)＋t－1＝0恰好有4个不相等的实根，则实数*t*的取值范围是(　　)

A. ∪(2，e) B. C. D.

**二、多选题**

6．若函数*f*(*x*)＝的图象和直线*y*＝*ax*有四个不同的交点，则实数*a*的取值可以是(　　)

A. 4 B. 2 C. 0 D. －

7. 设函数*f*(*x*)＝*ax*－*xa*(*a*>1)的定义域为(0，＋∞)，已知*f*(*x*)有且只有一个零点，则下列结论中正确的有(　　)

A. *a*＝*e* B. *f*(*x*)在区间(1，e)上单调递增

C. *x*＝1是*f*(*x*)的极大值点 D. *f*(*e*)是*f*(*x*)的最小值

**三、填空题**

8. 函数*f*(*x*)＝(1＋*x*2)e*x*－1的零点个数为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

9. 若曲线*y*＝*x*3－3*x*与*y*＝－(*x*－1)2＋*a*在(0，＋∞)上有两个不同的交点，则实数*a*的取值范围为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

**四、解答题**

11. 已知函数*f*(*x*)＝e*x*－*a*(*x*＋3)．

(1) 当*a*＝1时，求*f*(*x*)的最小值；

(2) 若*f*(*x*)有两个零点，求实数*a*的取值范围．

12. 已知函数*f*(*x*)＝e*x*＋*x*＋4ln(2－*x*)．

(1)求函数*f*(*x*)的图象在点(0，*f*(0))处的切线方程；

(2)判断函数*f*(*x*)的零点个数，并说明理由．