**江苏省仪征中学2025-2026学年度高三数学试卷（3）**

**一、单选题：本题共8小题，每小题5分，共40分。在每小题给出的选项中，只有一项是符合题目要求的。**

1.设集合$U=R$，$M=\{x|x>1\}$，$N=\{x|−1<x<2\}$，则$\{x|x\leq −1\}=$(     )

A. $∁\_{U}(M∩N)$ B. $∁\_{U}(M∪N)$ C. $M∪∁\_{U}N$ D. $N∪∁\_{U}M$

2.已知正数$a$，$b$，$c$满足$2a+b+3c=8$，则$\frac{a+b+2c}{b+c}+\frac{1}{a+c}$的最小值为(     )

A. $2\sqrt[ ]{2}$ B. $\frac{3+2\sqrt[ ]{2}}{4}$ C. $3\sqrt[ ]{2}−1$ D. $\frac{5+2\sqrt[ ]{2}}{4}$

3.设函数$f(x)=2^{x(x−a)}$在区间$(0,1)$单调递减，则$a$的取值范围是(     )

A. $(−\infty ,−2]$ B. $[−2,0)$ C. $(0,2]$ D. $[2,+\infty )$

4. 已知函数$f(x)$的定义域为$R$，$∀x$，$y\in R$，$f(x)f(y)=f(x+y)$，且$f(1)=\frac{1}{2}$，则(     )

A. $f(0)=0$ B. $f(−1)=−\frac{1}{2}$
C. $f(x+1)<f(x)$ D. $f(x+2)−f(x+1)<f(x+1)−f(x)$

5. 已知函数$f(x),g(x)$的定义域均是$R$，$f(x)$满足$f(4+x)+f(−x)=0$，$g(0)=g(2)=1$，$g(x+y)+g(x−y)=g(x)f(y)$，则下列结论中正确的是(     )

A. $f(x)$为奇函数 B. $g(x)$为偶函数
C.  $g(−1−x)=g(−1+x)$ D. $g(1−x)=g(1+x)$

6. 下列说法中不正确的是$(     )$

$①$不等式$\frac{1}{x}>\frac{1}{2}$的解集是$\left\{\begin{matrix}x|x<2\end{matrix}\right\}$

$②$函数$y=\sqrt[ ]{x^{2}+2}+\frac{1}{\sqrt[ ]{x^{2}+2}}$的最小值是$2$

$③$“$∀x\in R$，$mx^{2}−mx−1<0$恒成立”的充要条件是“$−4<m\leq 0$”

$④$命题“$∀x>2$，$x^{2}−2x>0$”的否定是“$∃x>2$，$x^{2}−2x\leq 0$”

A. $①②③$ B. $②③$ C. $③④$ D. $①②$

7. 若曲线$y=lnx+1$与曲线$y=x^{2}+x+3a$有公切线，则实数$a$的取值范围(    )

A. $\left[\frac{2ln2−3}{6},\frac{3−ln2}{2}\right]$ B. $\left[\frac{1−4ln2}{12},\frac{3−ln2}{2}\right]$
C. $\left[\frac{2ln2−3}{6},+\infty \right)$ D. $\left[\frac{1−4ln2}{12},+\infty \right)$

8.定义域为$R$的函数$f(x)$满足$f(x+2)=2f(x)−2$，当$x\in (0,2]$时，$f(x)=\left\{\begin{matrix}x^{2}−x,0<x<1\\\frac{1}{x},1⩽x⩽2\end{matrix}\right.$，若$x\in (0,4]$时，$t^{2}−\frac{7t}{2}\leq f(x)\leq \frac{5}{2}−t$恒成立，则实数$t$的取值范围是(    )

A. $[1,+\infty )$ B. $[\frac{3}{2},2]$ C. $[2,\frac{5}{2}]$ D. $[1,\frac{3}{2}]$

**二、多选题：本题共3小题，共18分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。**

9. 下列说法中正确的有(    )

A. 函数$y=\frac{1}{1−x}$的递增区间是$(−\infty ,1)∪(1,+\infty )$
B. $p:∃x\in [−2,3]$，使得$|x|\geq a$，若命题$p$为真命题，则$a\leq 3$
C. 函数$f(x)=\sqrt[ ]{\frac{5−x}{x+4}}$的定义域为$(−4,5]$
D. 已知$f(\sqrt[ ]{x})=x−1$，则$f(x)$的解析式为$f(x)=x^{2}−1$

10. 若正实数$x,y$满足$2x+y=1$，则下列说法正确的是(    )

A. $xy$有最大值为$\frac{1}{8}$ B. $\frac{1}{x}+\frac{4}{y}$有最小值为$6+4\sqrt[ ]{2}$
C. $4x^{2}+y^{2}$有最小值为$\frac{1}{2}$ D. $x\left(y+1\right)$有最大值为$\frac{1}{2}$

11.已知函数$f(x)$的定义域为$R$，且$f(\frac{1}{2})\ne 0$，若$f(x+y)+f(x)f(y)=4xy$，则(    )

A. $f(−\frac{1}{2})=0$ B. $f(\frac{1}{2})=−2$
C. 函数$f(x−\frac{1}{2})$是偶函数 D. 函数$f(x+\frac{1}{2})$是减函数

**三、填空题：本题共3小题，每小题5分，共15分。**

12. 已知集合$A=\{x|0<x<2\}$，集合$B=\{x|−1<x<1\}$，集合$C=\{x|mx+1>0\}$，若$(A∪B)⊆C$，则实数$m$的取值范围是          ．

13. 已知函数$f(x)=\left\{\begin{matrix}2^{x}−1,x⩾0\\−x^{2}−2x,x<0\end{matrix}\right.$，若关于$x$的方程$f^{2}(x)−kf(x)+1=0$恰有两个不同的实数根，则实数$k$的取值范围为          ．

14.已知函数$f(x)=ln x$与$g(x)=ax^{2}(a>0).$若直线$y=kx$是曲线$y=f(x)$的切线，则实数$k=$          $.$若曲线$y=f(x)$与曲线$y=g(x)$存在公切线，则实数$a$的最小值为          ．

**四、解答题：本题共5小题，共77分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。**

15.$($本小题$13$分$)$

定义一种新的集合运算$Δ: AΔB=\{x|x\in A$，且$x\notin B\}$．
若集合$A=\{x|4x^{2}+9x+2<0\}$，$B=\{x|\frac{3}{x+1}>1\}$，$M=BΔ$*A*.
$(1)$求集合$M;$

$(2)$设不等式$(x−2a)(x+a−2)<0$的解集为$P$，若$x\in P$是$x\in M$的必要条件，求实数$a$的取值范围．

16.$($本小题$15$分$)$

如图，在三棱锥$P−ABC$中，$AB=BC=2\sqrt[ ]{2}$，$PA=PB=PC=AC=4$，$O$为$AC$的中点．

$(1)$证明：$PO⊥$平面$ABC$；

$(2)$若点$M$在棱$BC$上，且二面角$M−PA−C$为$30°$，求$PC$与平面$PAM$所成角的正弦值．



17.$($本小题$15$分$)$

已知函数$f(x)=a−\frac{2}{2^{x}+1}$为奇函数．
$(1)$求实数$a$的值，并用定义证明函数$f(x)$的单调性；
$(2)$若对任意的$t\in R$，不等式$f(t^{2}+3)+f(t^{2}−kt)>0$恒成立，求实数$k$的取值范围．

18.$($本小题$17$分$)$

某校为了解学生假期自主学习是否影响开学检测成绩，对学生的成绩进行抽样调查，随机抽取了$100$名学生的成绩，得到如下$2×2$列联表：

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 合格 | 不合格 | 总计 |
| 自主学习 | $$45$$ | $$15$$ | $$60$$ |
| 未自主学习 | $$15$$ | $$25$$ | $$40$$ |
| 总计 | $$60$$ | $$40$$ | $$100$$ |

$(1)$能否有$99.5\%$的把握认为检测成绩与假期自主学习有关$?$

$(2)$用频率估计概率，学校决定组织不合格的学生进行补考，已知假期中自主学习的学生补考通过的概率为$\frac{5}{6}$，未自主学习的学生补考通过的概率为$\frac{1}{3}$，从该校不合格的学生中任意抽取一人，求该学生补考通过的概率$;$

$(3)$用分层抽样的方法从样本中合格的学生中抽取$8$人，再从这$8$人中随机抽取$3$人，$X$表示$3$人中自主学习的人数，求$X$的分布列和数学期望．

参考公式和数据：$χ^{2}=\frac{n(ad−bc)^{2}}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，其中$n=a+b+c+d$．

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| $$x\_{0}$$ | $$2.072$$ | $$2.706$$ | $$3.841$$ | $$6.635$$ | $$7.879$$ |
| $$P(χ^{2}\geq x\_{0})$$ | $$0.150$$ | $$0.100$$ | $$0.050$$ | $$0.010$$ | $$0.005$$ |

19.$($本小题$17$分$)$

已知函数$f(x)=x^{2}−(a+3)x+6(a\in R)$．

$(1)$解关于$x$的不等式$f(x)\leq 6−3a$．

$(2)$若对任意的$x\in [1,4]$，$f(x)+a+5\geq 0$恒成立，求实数$a$的取值范围。

$(3)$已知$g(x)=mx+7−3m$，当$a=1$时，若对任意的$x\_{1}\in [1,4]$，总存在$x\_{2}\in [1,4]$，使$f\left(x\_{1}\right)=g\left(x\_{2}\right)$成立，求实数$m$的取值范围．