江苏省仪征中学2024-2025学年第二学期高二数学周练（13）

一、单选题：本题共**8**小题，每小题**5**分，共**40**分。在每小题给出的选项中，只有一项是符合题目要求的。

1.$(x+\frac{4}{x}−4)^{3}$的展开式中的常数项为(    )

A. $−80$ B. $80$ C. $−160$ D. $160$

2.已知随机变量$X∼N\left(μ,σ^{2}\right)$，$Y∼B\left(9,p\right)$，且$P\left(X\geq 3\right)=\frac{1}{2}$，$E\left(X\right)=E\left(Y\right)$，则$p=$(    )

A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{2}$

3.白术是常见的大宗药材，最早记载于$《$神龙本草经$》$，又叫于术、片术，具有补脾健胃，燥湿利水等功效$.$今年白术从$1$月份到$5$月份每公斤的平均价格$y($单位：元$)$的数据如下表：

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 月份$x$ | $$1$$ | $$2$$ | $$3$$ | $$4$$ | $$5$$ |
| 每公斤平均价格$y$ | $$77$$ | $$109$$ | $$137$$ | $$168$$ | $$199$$ |

根据上表可得回归方程$\hat{y}=30x+a$，则实数$a$的值为(    )

A. $46$ B. $47$ C. $48$ D. $49$

4.已知四面体$OABC$中，$\vec{OA}=\vec{a},\vec{OB}=\vec{b},\vec{OC}=\vec{c},\vec{OM}=λ\vec{MA}(λ>0),N$为$BC$中点，若$\vec{MN}=−\frac{1}{4}\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{b}+\frac{1}{2}\vec{c}$，则$λ=$(    )

A. $3$ B. $2$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{3}$

5.某保险公司将其公司的被保险人分为三类：“谨慎的”“一般的”“冒失的”$.$统计资料表明，这三类人在一年内发生事故的概率依次为$0.05$，$0.15$，$0.30.$若该保险公司的被保险人中“谨慎的”被保险人占$20\%$，“一般的”被保险人占$50\%$，“冒失的”被保险人占$30\%$，则该保险公司的一个被保险人在一年内发生事故的概率是(    )

A. $0.155$ B. $0.175$ C. $0.016$ D. $0.096$

6.某高校团委对学生性别和喜欢短视频是否有关联进行了一次调查，其中被调查的男生、女生人数均为$6m\left(m\in N^{∗}\right)$，男生中喜欢短视频的人数占男生人数的$\frac{1}{2}$，女生中喜欢短视频的人数占女生人数的$\frac{2}{3}.$若有$99\%$的把握认为喜欢短视频和性别相关联，则$m$的最小值为$($    $)($附$χ^{2}=\frac{n(ad−bc)^{2}}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，其中$n=a+b+c+d$．

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| $$α$$ | $$0.1$$ | $$0.05$$ | $$0.01$$ | $$0.005$$ | $$0.001$$ |
| $$x\_{α}$$ | $$2.706$$ | $$3.841$$ | $$6.635$$ | $$7.879$$ | $$10.828$$ |

A. $18$ B. $20$ C. $22$ D. $24$

7.基础学科对于一个国家科技发展至关重要，是提高核心竞争力，保持战略领先的关键．其中数学学科尤为重要．某双一流大学为提高数学系学生的数学素养，特开设了“九章算术”，“古今数学思想”，“数学原理”，“世界数学通史”，“算术研究”五门选修课程，要求数学系每位同学每学年至多选四门，大一到大三三学年必须将五门选修课程选完，则每位同学的不同选修方式种数为(    )

A. $90$ B. $300$ C. $330$ D. $240$

8.设函数$f(x)=x+e^{x}$，$g(x)=x+lnx$，若存在$x\_{1}$，$x\_{2}$，使得$f(x\_{1})=g(x\_{2})$，则$|x\_{1}−x\_{2}|$的最小值为(    )

A. $\frac{1}{e}$ B. $1$ C. $2$ D. $e$

二、多选题：本题共**3**小题，共**18**分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。

9.下列有关回归分析的结论中，正确的有(    )

A. 在经验回归方程$\hat{y}=−0.6x+5$中，当解释变量$x$每增加$1$个单位时，$\hat{y}$增加$0.6$个单位
B. 决定系数$R^{2}$的值越接近于$1$，回归模型的拟合效果越好
C. 样本相关系数$r$的绝对值越小，成对样本数据的线性相关程度越弱
D. 在一元线性回归模型的残差图中，残差分布的带状区域的宽度越宽，说明模型拟合效果越好

10.已知$(\sqrt[3]{x}−\frac{2}{\sqrt[ ]{x}})^{n}$的展开式第$6$项和第$8$项的二项式系数相等，下列说法正确的有(    )

A. $n=12$ B. 第$3$项的系数为$66$
C. 展开式中有理项共有$3$项 D. 奇数项系数和为$3^{12}+1$

11.已知正方体$ABCD−A\_{1}B\_{1}C\_{1}D\_{1}$的棱长为$2$，点$M$，$N$分别为棱$DD\_{1},DC$的中点，点$P$为四边形$A\_{1}B\_{1}C\_{1}D\_{1}($含边界$)$内一动点，且$MP=2$，则(    )

A. $A\_{1}B//$平面$AMN$
B. 点$P$的轨迹长度为$\sqrt[ ]{3}π$
C. 存在点$P$，使得$MP⊥$平面$AMN$
D. 点$P$到平面$AMN$距离的最大值为$\frac{\sqrt[ ]{15}+2}{3}$

三、填空题：本题共**3**小题，每小题**5**分，共**15**分。

12.平面$α$过点$A(0,1,0)$，其法向量为$\vec{m}=(0,2,1)$，则点$B(1,1,1)$到平面$α$的距离为          ．

13.用$1$，$2$，$3$，$4$，$5$组成没有重复数字的五位数，其中个位小于百位且百位小于万位的五位数有$n$个，则$(1+x)^{3}+(1+x)^{4}+(1+x)^{5}+\cdots +(1+x)^{n+3}−x^{2}$的展开式中，$x^{2}$的系数是          $.($用数字作答$)$

14.我们将服从二项分布的随机变量称为二项随机变量，服从正态分布的随机变量称为正态随机变量$.$概率论中有一个重要的结论是棣莫弗$—$拉普拉斯极限定理，它表明，若随机变量$Y∼B\left(n,p\right)$，当$n$充分大时，二项随机变量$Y$可以由正态随机变量$X$来近似，且正态随机变量$X$的期望和方差与二项随机变量$Y$的期望和方差相同$.$棣莫弗在$1733$年证明了$p=\frac{1}{2}$的特殊情形$.1812$年，拉普拉斯对一般的$p$进行了证明$.$现抛掷一枚质地均匀的硬币$100$次，则利用正态分布近似估算硬币正面向上次数不超过$60$次的概率为          ．$($附：若$X∼N\left(μ,σ^{2}\right)$，则$P(μ−σ⩽X⩽μ+σ)≈0.683$，$P(μ−2σ⩽X⩽μ+2σ)≈0.954$，$P(μ−3σ⩽X⩽μ+3σ)≈0.997)$

四、解答题：本题共**5**小题，共**77**分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

15.坛子里放着$5$个大小，形状都相同的咸鸭蛋，其中有$3$个是绿皮的，$2$个是白皮的，如果不放回地依次拿出$2$个鸭蛋．

$(1)$求第$1$次拿出绿皮鸭蛋的概率；

$(2)$在第$1$次拿出绿皮鸭蛋的条件下，求第$2$次拿出绿皮鸭蛋的概率．

16.设，其中是关于的多项式，．

(1)求*a*，*b*的值；

(2)若，求除以的余数．

17.如图，四棱锥$P−ABCD$中，底面$ABCD$为平行四边形，$∠DAB=60°$，$AB=2AD$，$PD⊥$底面$ABCD$．

$($Ⅰ$)$证明：$PA⊥BD$；
$($Ⅱ$)$若$PD=AD$，求二面角$A−PB−C$的余弦值．

18.某学校号召学生参加“每天锻炼$1$小时”活动，为了解学生参加活动的情况，统计了全校所有学生在假期每周锻炼的时间，现随机抽取了$60$名同学在某一周参加锻炼的数据，整理如下$2×2$列联表：

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 性别 | 不经常锻炼 | 经常锻炼 | 合计 |
| 男生 | $$7$$ |  |  |
| 女生 |  | $$16$$ | $$30$$ |
| 合计 | $$21$$ |  |  |

注：将一周参加锻炼时间不小于$3$小时的称为“经常锻炼”，其余的称为“不经常锻炼”
$(1)$请完成上面$2×2$列联表，并依据小概率值$α=0.1$的独立性检验，能否认为性别因素与学生锻炼的经常性有关系$;$

$(2)$将一周参加锻炼为$0$小时的称为“极度缺乏锻炼”$.$在抽取的$60$名同学中有$5$人“极度缺乏锻炼”$.$以样本频率估计概率$.$若在全校抽取$20$名同学，设“极度缺乏锻炼”的人数为$X$，求$X$的数学期望$E(X)$和方差$D(X);$

$(3)$将一周参加锻炼$6$小时以上的同学称为“运动爱好者”$.$在抽取的$60$名同学中有$10$名“运动爱好者”，其中有$7$名男生，$3$名女生$.$为进一步了解他们的生活习惯，在$10$名“运动爱好者”中，随机抽取$3$人进行访谈，设抽取的$3$人中男生人数为$Y$，求$Y$的分布列和数学期望．

附：$χ^{2}=\frac{n(ad−bc)^{2}}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，$n=a+b+c+d$

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| $$α$$ | $$0.1$$ | $$0.05$$ | $$0.01$$ |
| $$x\_{α}$$ | $$2.706$$ | $$3.841$$ | $$6.635$$ |

19.已知函数$f(x)=a^{2}lnx+x^{2}−3ax(a\ne 0)$．

$(1)$若函数$f(x)$的图象在$x=1$处的切线与直线$y=−5$平行．

$ ①$求实数$a$的值$;$

$ ②$对于任意$x\_{1}$，$x\_{2}\in [2,4]$，当$x\_{1}<x\_{2}$时，不等式$\frac{f(x\_{2})−f(x\_{1})}{x\_{2}−x\_{1}}<\frac{m}{x\_{1}x\_{2}}$恒成立，求实数$m$的取值范围$;$

$(2)$若函数$f(x)$存在极小值，试用零点存在定理证明：存在$x\_{0}\ne a$，使得$f(x\_{0})$等于函数$f(x)$的极小值．