# 江苏省仪征中学2024-2025学年度第二学期高二数学学科导学案

## 复习：空间角与空间距离

研制人：姜业锋 审核人：鲁媛媛

班级： 姓名： 学号： 授课日期：

**一、学习目标**

1.熟练掌握异面直线所成角、直线与平面所成角、二面角的定义、取值范围及几何特征，能准确区分不同空间角的概念与形成方式；

2.牢固掌握点到直线、点到平面、异面直线间距离，以及平行直线、平行平面间距离的定义和性质，清晰各距离概念的适用场景和相互联系；

3.系统梳理向量法、几何法求解空间角与距离的公式和原理，包括向量的夹角公式、点到平面距离的向量公式，以及三垂线定理、等体积法等几何方法的理论依据.

**二、必备知识**

1.异面直线所成的角

⑴定义：设是两条异面直线，经过空间任一点作直线，把与所成的锐角（或直角）叫做异面直线与所成的角（或夹角）．

⑵范围：$(0,\frac{π}{2}]$.

2.直线与平面所成的角

⑴平面的一条与平面$α$交于点$B$,$AO⊥α$于点$O$,$OB$即为直线$AB$在平面$α$上的射影，直线$AB$与其投影$OB$所成的锐角$∠ABO$，叫做直线$AB$和平面$α$所成的角.

直线与平面平行，所成角为0，直线与平面垂直，所成角为$\frac{π}{2}$.

⑵范围：$\left[0,\frac{π}{2}\right]$.

3.二面角

⑴在二面角$α−l−β$的棱$l$上任取一点$O$，以点$O$为垂足，在半平面$α,β$内分别作垂直于棱$l$的射线$OA,OB$，则射线$OA$和$OB$构成的$∠AOB$,叫做二面角$α−l−β$的平面角.平面角为直角的二面角为直二面角.

⑵范围：$\left[0,π\right]$．

4.点到平面的距离与直线到平面的距离

⑴点$P$到直线$l$的距离

设$\vec{AP}=\vec{a},\vec{u}$是直线$l$的单位方向向量，则向量$\vec{AP}$在直线$l$上的投影向量$\vec{AQ}=\left(\vec{a}∙\vec{u}\right)\vec{u}$.在$Rt△APQ$中，由勾股定理，得$PQ=\sqrt{\left|\vec{AP}\right|^{2}−\left|\vec{AQ}\right|^{2}}=\sqrt{\vec{a}^{2}−\left(\vec{a}∙\vec{u}\right)^{2}}$.

⑵点$P$到平面$α$的距离

若平面$α$的法向量为$\vec{n}$，平面$α$内一点为$A$，则平面$α$外一点$P$到平面$α$的距离$d=\left|\vec{AP}∙\frac{\vec{n}}{\left|\vec{n}\right|}\right|=\frac{\left|\vec{AP}∙\vec{n}\right|}{\left|\vec{n}\right|}$，如图所示.

⑶线面间距离、面面间距离与线线间、点线间距离常常可以相互转化.

**三、典型例题**

**考点一：空间几何体中求夹角**

1.在四棱柱$ABCD−A\_{1}B\_{1}C\_{1}D\_{1}$中，底面$ABCD$是正方形，$AA\_{1}⊥$平面$ABCD$，点$E$是侧面$CDD\_{1}C\_{1}$的中心，$DD\_{1}=2AB$，则异面直线$AE$与$BD\_{1}$所成角的余弦值是(    )

A. $\frac{\sqrt[ ]{6}}{6}$ B. $\frac{2\sqrt[ ]{6}}{9}$ C. $\frac{5\sqrt[ ]{6}}{18}$ D. $\frac{\sqrt[ ]{6}}{3}$

2.如图，已知四边形$ABCD$是边长为$2$的菱形，$∠ABC=60^{∘}$，$EF//AC$，$AC=2EF$，平面$AEFC⊥$平面$ABCD$，$AE=AB$．

$(1)$求证：平面$BED⊥$平面$AEFC;(2)$若$AE⊥AC$，求二面角$A−CF−D$的余弦值．

考点二：空间几何体中求距离

1.如图，$ABCD−EFGH$是棱长为$1$的正方体，若$P$在正方体内部且满足$\vec{AP}=\frac{3}{4}\vec{AB}+\frac{1}{2}\vec{AD}+\frac{2}{3}\vec{AE}$，则$P$到$AB$的距离为(    )

A. $\frac{3}{4}$ B. $\frac{4}{5}$ C. $\frac{5}{6}$ D. $\frac{3}{5}$

2.如图，在正方体$A\_{1}B\_{1}C\_{1}D\_{1}−ABCD$中，棱长为$1$．

$(1)$求直线$BC$与直线$B\_{1}D$所成角的余弦值$;(2)$求点$A$到平面$B\_{1}CD$的距离．

3.如图，$AC//ED$，$AC⊥$平面$BCD$，平面$ACDE⊥$平面$ABC$，点$M$，$N$分别是边$AC$，$BC$的中点，$AC=2ED$，$BC=CD=DE=1$．

$(1)$证明：平面$DMN//$平面$AEB;$

$(2)$求直线$AC$到平面$DEB$的距离$;$

$(3)$求平面$DMN$到平面$AEB$的距离．

**四、课堂小结**