# 江苏省仪征中学2024-2025学年度第二学期高二数学学科导学案

## 复习：导数求函数的极值、最值

研制人：姜业锋 审核人：鲁媛媛

班级： 姓名： 学号： 授课日期：

**一、学习目标**

1.借助函数的图象,了解函数在某点取得极值的必要条件和充分条件;

2.能利用导数求某些函数的极大值、极小值以及给定闭区间上不超过三次的多项式函数的最大值、最小值;

3.体会导数与单调性、极值、最大(小) 值的关系.

**二、必备知识**

**1.函数的极值**

①函数的极小值：

函数在点的函数值比它在点附近其它点的函数值都小，，而且在点附近的左侧,右侧，则点叫做函数的极小值点，叫做函数的极小值.

②函数的极大值：

函数在点的函数值比它在点附近的其他点的函数值都大，，而且在点附近的左侧,右侧,则点叫做函数的极大值点，叫做函数的极大值.

极小值点，极大值点统称为极值点，极大值和极小值统称为极值.

**2.函数的最值**

①函数在上有最值的条件：如果在区间上函数的图象是一条连续的曲线，那么它必有最大值和最小值．

②由区间上单调性情况求最值：

若函数在上单调递增，则为函数的最小值，为函数的最大值；若函数在上单调递减，则为函数的最大值，为函数的最小值.

③若函数在上先增后减，极大值为最大值，与中较小值即为最小值；或先减后增，极小值为最小值，与中较大值即为最大值；

④若函数在上增减增，极大值与中较大值即为最大值，极小值与中较小值即为最小值；若函数在上减增减，极大值与中较大值即为最大值，极小值与中较小值即为最小值.

**重要结论：**

1.若函数在定义域范围内存在极大(小)值，其极大(小)值未必唯一，可能有多个极大(小)值，且极大值与极小值之间没有必然的大小关系.

2.函数的极值刻画的是函数的局部性质，且极值点是一个数，不是点.

3.若函数在开区间内只有一个极值点，则相应的极值点一定是函数的最值点．

4.函数的极值表示函数在一点附近的情况，是在局部对函数值的比较；函数的最值是表示函数在一个区间上的整体情况，是函数在整个区间上的函数值的比较．

5.若函数在开区间内只有一个极值点，则相应的极值点一定是函数的最值点．

6.函数的极值表示函数在一点附近的情况，是在局部对函数值的比较；函数的最值是表示函数在一个区间上的整体情况，是函数在整个区间上的函数值的比较．

7.解决实际问题应注意：

①由实际问题抽象出函数模型，利用导数求函数最优解，注意变量的实际意义；

②用导数求解实际问题中的最大(小)值，如果函数在区间内只有一个极值点，根据实际意义，该极值点就是最值点.

**三、典型例题**

**题型一****：利用导数研究函数的极值**

1.若是函数的极值点，则的极大值为(    )

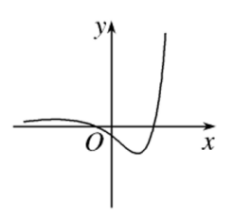
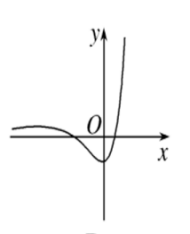
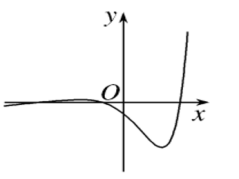
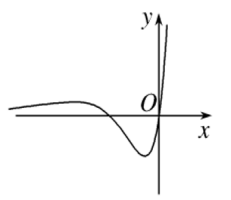
A. B. C. D.

2.（多选）函数的导函数在和上单调递增，在上单调递减，有且仅有两个零点，则以下命题是假命题的有

A. 是函数的极值点 B. 是函数的最小值点  
C. 在区间上单调递增 D. 在处切线的斜率小于零

**题型二：利用导数研究函数的最值**

1.已知函数，则的大致图象为(    )

A.  B.  C.  D. 

2.设直线与函数的图像分别交于点，则当达到最小时的值为latexImg(    )

A. B. C. D.

3.已知函数，．  
若，求的取值范围；  
若时，方程在上恰有两个不等的实数根，求实数的取值范围．

**题型三：导数与极值、最值关系的简单应用**

1.已知函数．

若函数在处的切线与直线垂直，求实数的值．

若函数存在两个极值点，求实数的取值范围．

2.知函数．

当时，求的最小值；

在区间内任取两个实数，，若不等式恒成立，求实数的取值范围；

求证：其中，，．

**四、小结**