# 江苏省仪征中学2024-2025学年度第二学期高二数学学科导学案

## 复习：利用导数研究函数的单调性

研制人：姜业锋 审核人：鲁媛媛

班级： 姓名： 学号： 授课日期：

**一、学习目标**

1.结合实例,借助几何直观了解函数的单调性与导数的关系；

2.能利用导数研究函数的单调性;对于多项式函数,能求不超过三次的多项式函数的单调区间.

**二、必备知识**

**1.函数**$f(x)$**的单调性与导数**$f'(x)$**正负之间的关系(导函数看正负、原函数看增减)**

函数$y＝f(x)$在某个区间$(a,b)$内可导，则：

(1)若$f'(x)>0$，则$f(x)$在这个区间$(a,b)$内单调递增；

(2)若$f'(x)<0$，则$f(x)$在这个区间$(a,b)$内单调递减；

(3)若$f'(x)=0$，则$f(x)$在这个区间$(a,b)$内是常数函数.

**2. 判定函数单调性的一般步骤**

(1)确定函数的定义域；

(2)求出导数$f'(x)$的零点；

(3)用$f'(x)$的零点将$f(x)$的定义域划分为若干个区间,列表给出$f'(x)$在各区间上的正负,由此得出函数$y＝f(x)$在定义域内的单调性.

**重要结论：**

1.在某区间内$f'(x)>0(f'(x)<0)$是函数$f(x)$在此区间上为增(减)函数的充分不必要条件．

2.对于可导函数$f(x)$，“$f'(x\_{0})=0$”是“函数$f(x)$在$x＝x\_{0}$处有极值”的必要不充分条件.

3.可导函数$f(x)$在$(a，b)$上是增(减)函数的充要条件是对$∀x\in (a，b)$，都有$f'(x)\geq 0(f'(x)\leq 0)$且$f'(x)$在$(a，b)$上的任何子区间内都不恒为零．

附：①若$f(x)$在区间$I$上可导，$∀x\_{1},x\_{2}\in I$，且$x\_{1}\ne x\_{2}$，$\frac{f(x\_{1})−f(x\_{2})}{x\_{1}−x\_{2}}>0⇔f(x)$在区间$I$上单调递增；

②若$f(x)$在区间$I$上可导，$∀x\_{1},x\_{2}\in I$,且$x\_{1}\ne x\_{2}$，$\frac{f(x\_{1})−f(x\_{2})}{x\_{1}−x\_{2}}<0⇔f(x)$在区间$I$上单调递减.

**三、典型例题**

**题型一：函数单调性与导数正负之间的关系**

设函数$f(x)$的导函数为$f′(x)$，$y=f′(x)$的部分图象如图所示，则(    )
A. 函数$f(x)$在$(−\frac{1}{2},1)$上单调递增 B. 函数$f(x)$在$(0,4)$上单调递增
C. 函数$f(x)$在$x=3$处取得极小值 D. 函数$f(x)$在$x=0$处取得极大值

2.已知实数$m$是常数，函数$f(x)=mx^{3}−x^{2}−2mx−1$的图象不可能是(    )

A.  B.  C.  D. 

**题型二：导数在函数单调性研究中的应用**

1.若函数$f(x)=\frac{1}{2}x^{2}−9ln x$在区间$[a−1,a]$上单调递减，则实数$a$的取值范围是(    )

A. $1<a\leq 3$ B. $a\geq 4$ C. $a\leq 3$ D. $1<a\leq 4$

2.讨论函数$f(x)=\frac{1}{2}ax^{2}+x−(a+1)lnx(a\geq 0)$的单调性．

**题型三：函数单调性的简单应用**

1.$∀x\in (0,1)$，记$a=\frac{sinx}{x}$，$b=\frac{sinx^{2}}{x^{2}}$，$c=(\frac{sinx}{x})^{2}$，则$a$、$b$、$c$的大小关系为(    )

A. $a>c>b$ B. $b>c>a$ C. $b>a>c$ D. $a>b>c$

2.已知函数$f(x)=\frac{1}{2}x^{2}−ax+lnx.$

$(1)$若$a=1$，曲线$y=f(x)$在点$(x\_{0},f(x\_{0}))$处的切线斜率为$1$，求该切线的方程$;$

$(2)$讨论$f(x)$的单调性．

**四、小结**