**江苏省仪征中学2024—2025学年度第二学期高二数学学科导学案**

二项分布、超几何分布和正态分布（专题）

研制人：童旗军 审核人：鲁媛媛

班级： 姓名： 学号： 授课日期：

一、学习目标

1.学生能精准辨析二项分布、超几何分布、正态分布的定义、适用条件及概率计算公式，熟练判断实际问题应选用的分布模型；

2.通过对比分析三种分布的异同（如二项分布与超几何分布在抽样方式上的差异），培养学生分类讨论与归纳总结能力.

重点：学生易混淆分布的适用条件，尤其在抽样问题中，难以判断“有放回”与“无放回”对分布选择的影响，导致公式误用

难点：实际问题中分布模型的灵活运用---部分实际问题需结合多种分布或对条件进行转化（如用正态分布近似二项分布），学生难以灵活整合知识，缺乏对复杂问题的综合分析能力

二、课前自学

一个盒子里有大小相同的$5$个小球，其中$2$个白球和$3$个红球．

（1）一次性从盒子中抽$3$个小球，抽出来的是$1$个白球和$2$个红球的概率；

（2）有放回地抽$3$次小球，每次抽$1$个，求抽出白球次数$X$的分布列和均值．

三、典型例题

例1.袋子$A$和$B$中装有若干个均匀的红球和白球，从$A$中摸出一个红球的概率是$\frac{1}{3}$，从$B$中摸出一个红球的概率是$\frac{2}{3}.$现从两个袋子中有放回的摸球．
（1）从$A$中摸球，每次摸出一个，共摸$5$次．求：
$(i)$恰好有$3$次摸到红球的概率；$(ii)$设摸得红球的次数为随机变量$X$，求$X$的期望；
（2）从$A$中摸出一个球，若是白球则继续在袋子$A$中摸球，若是红球则在袋子$B$中摸球，若从袋子$B$中摸出的是白球则继续在袋子$B$中摸球，若是红球则在袋子$A$中摸球，如此反复摸球$3$次，计摸出的红球的次数为$Y$，求$Y$的分布列以及随机变量$Y$的期望．

例2.已知某单位甲、乙、丙三个部门的员工人数分别为$24$，$16$，$16.$现采用分层抽样的方法从中抽取$7$人，进行睡眠时间的调查．
（1）应从甲、乙、丙三个部门的员工中分别抽取多少人？
（2）若抽出的$7$人中有$4$人睡眠不足，$3$人睡眠充足，现从这$7$人中随机抽取$3$人做进一步的身体检查．
$(i)$用$X$表示抽取的$3$人中睡眠不足的员工人数，求随机变量$X$的分布列与数学期望；
$(ii)$设$A$为事件“抽取的$3$人中，既有睡眠充足的员工，也有睡眠不足的员工”，求事件$A$发生的概率．

例3.航天事业是国家综合国力的重要标志,带动着一批新兴产业和新兴学科的发展.2022~2023学年全国青少年航天创新大赛设航天创意设计、太空探测、航天科学探究与创新三个竞赛单元及载人航天主题专项赛.某校为了激发学生对航天科技的兴趣,点燃学生的航天梦,举行了一次航天创新知识竞赛选拔赛,从中抽取了10名学生的竞赛成绩,得到如下表格:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 序号*i* | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 成绩$x\_{i}$(分) | 38 | 41 | 44 | 51 | 54 | 56 | 58 | 64 | 74 | 80 |

记这10名学生竞赛成绩的平均分与方差分别为$\overline{x}$,$s^{2}$.经计算$\sum\_{i=1}^{10} (x\_{i}−\overline{x})^{2}$=1690,$\sum\_{i=1}^{10} x\_{i}^{2}$=33050.

(1)求$\overline{x}$与$s^{2}$;

(2)规定竞赛成绩不低于60分为优秀,从这10名学生中任取3名,记竞赛成绩优秀的人数为*X*,求*X*的分布列;

(3)经统计,航天创新知识选拔赛成绩服从正态分布*N*($μ$,$σ​^{2}$),用$\overline{x}$,$s^{2}$的值分别作为$μ$,$σ​^{2}$的近似值,若科创中心计划从全市抽查100名学生进行测试,记这100名学生的测试成绩恰好落在区间[43,82]的人数为*Y*,求*Y*的均值*E*(*Y*).

附:若$ξ$~*N*($μ$,$σ​^{2}$),则*P*($μ$-$σ\leq ξ\leq μ$+$σ$)$≈$0.6827,*P*($μ$-2$σ\leq ξ\leq μ$+2$σ$)$≈$0.9545,*P*($μ$-3$σ\leq ξ\leq μ$+3$σ$)$≈$0.9973.

四、课堂小结