**江苏省仪征中学2024—2025学年度第二学期高二数学学科导学案**

离散型随机变量的分布列及数字特征（专题）

研制人：童旗军 审核人：鲁媛媛

班级： 姓名： 学号： 授课日期：

一、学习目标

1.深入理解数学期望和方差的含义，掌握其计算公式，能够计算离散型随机变量的期望与方差，并运用期望和方差解决实际问题；

2. 通过实例分析（如抽奖、产品抽样检测等），培养学生从实际问题中抽象出数学模型的能力，提升逻辑推理和数学运算素养.

重点：离散型随机变量分布列的构建----理解分布列描述随机变量取值及其概率的本质，掌握利用古典概型、计数原理求解分布列中概率的方法

难点：复杂实际问题中分布列的建立---部分实际问题涉及多种事件组合，学生难以准确确定随机变量的所有可能取值，并计算对应概率，容易出现遗漏或重复

二、课前自学

已知一组数据$x\_{1}$，$x\_{2}$，$x\_{3}$，$…$，$x\_{n}$的平均数为$\overline{x}$，方差为$s^{2}.$若$3x\_{1}+1$，$3x\_{2}+1$，$3x\_{3}+1$，$…$，$3x\_{n}+1$的平均数比方差大$4$，则$s^{2}−\overline{x}^{2}$的最大值为          ．

三、典型例题

例1.（1）一个篮球运动员投篮一次得$3$分的概率为$a$，得$2$分的概率为$b$，不得分的概率为$c$，$a,b,c\in \left(0,1\right)$，且$a+b+c=1$，已知他投篮一次得分的数学期望为$2$，则$\frac{2}{a}+\frac{1}{3b}$的最小值为          ．

（2）某盒中有$12$个大小相同的球，分别标号为$1,2,\cdots ,12$，从盒中任取$3$个球，记$ξ$为取出的$3$个球的标号之和被$3$除的余数，则随机变量$ξ$的期望为          ．

例2.小睿与小金同学进行羽毛球比赛，经过大数据分析，每局比赛小睿获胜的概率均约为$\frac{3}{4}$．

（1）若比赛为三局两胜制：

(ⅰ)设比赛结束时比赛场次为$X$，求$X$的分布列与数学期望；

(ⅱ)求小金最终获胜的概率；

（2）若比赛为五局三胜制，已知小睿最终获胜了，求在此条件下进行了$5$局比赛的概率

例3.某学校高一年级上学期有$3$次英语素养测评，测评结果为一等奖和二等奖，已知甲同学每次测评获一等奖的概率为$\frac{1}{3}$，乙同学每次测评获一等奖的概率为$\frac{1}{2}$．

（1）求甲同学在$3$次测评中恰有$1$次获得一等奖且第$2$次测评未获得一等奖的概率；

（2）由于客观因素，这个学期第一次测评成绩作废，后两次成绩作为评价学生的依据$.$每次测评获得一等奖记$5$分，二等奖记$3$分，甲同学英语素养测评得分为$X$，乙同学得分为$Y$，设随机变量$ξ=X−Y$，求$ξ$的分布列与期望．

例4.某单位为了丰富职工业余生活，举办象棋比赛$($每局比赛可能出现胜、负、平三种结果$).$甲、乙两人共进行三局比赛，每局比赛甲赢的概率为$\frac{2}{3}$，甲输的概率为$q$，且三局比赛均没有出现平局的概率为$\frac{125}{216}$．

（1）求三场比赛乙至少赢两局的概率；

（2）若该单位为每局比赛拿出$1$百元奖金，若分出胜负，奖金归胜方；若平局，两人平分奖金．设甲获得奖金总额与乙获得奖金总额之差为$X($单位：百元$)$，求$X$的分布列及其数学期望．

四、课堂小结