2024-2025第二学期高二数学五月复习卷2

一、单选题

1.已知空间向量$\vec{a}=(2,1,0)$，$\vec{b}=(−1,t,3)$，$\vec{c}=(0,0,1)$，若向量$\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$共面，则实数$t$为(     )

A. $1$ B. $−\frac{1}{2}$ C. $−3$ D. $\frac{3}{4}$

2.某次质量调研发现，学生成绩服从正态分布$N(110,σ^{2}).$若$P(100⩽X⩽120)=\frac{2}{3}$，则从这次调研中随机抽取两名学生，这两名学生成绩均高于$120$的概率为(     )

A. $\frac{1}{36}$ B. $\frac{1}{9}$ C. $\frac{2}{9}$ D. $\frac{4}{9}$

3.已知随机变量*X*~*B*(4,*p*),若*P*(*X*=2)=$\frac{8}{27}$,则*p*=（ ）

A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{4}$或$\frac{3}{4}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{3}$或$\frac{2}{3}$

4.$(\frac{1}{x^{2}}+4x^{2}+4)^{3}$的展开式中常数项为(    )

A. $120$ B. $160$ C. $200$ D. $240$

5.已知函数$f(x)=x^{3}+mx^{2}$，若$∀x\_{1}$，$x\_{2}\in R$，$x\_{1}\ne x\_{2}$，都有$\frac{f(x\_{1})−f(x\_{2})}{x\_{1}−x\_{2}}>−2$，则实数$m$的最大值为(    )

A. $\sqrt[ ]{3}$ B. $\sqrt[ ]{6}$ C. $2\sqrt[ ]{3}$ D. $2\sqrt[ ]{6}$

二、多选题

6.在$(x−\frac{1}{x})^{7}$的展开式中，下列说法正确的有(    )

A. 所有项的二项式系数和为$128$ B. 所有项的系数和为$0$
C. 系数最大的项为第$4$项和第$5$项 D. 存在常数项

7.如图，四棱锥$P−ABCD$的底面是矩形，$PA⊥$平面$ABCD$．$AB=AP=3$，$AD=4$，点$G$是$BC$的中点，$\vec{BE}=2\vec{EP}$，$\vec{PF}=2\vec{FA}$．
则下列说法正确的有(    )

A. $AG//$平面$EFC$
B. $EF⊥$平面$PBC$
C. 平面$EFC$截四棱锥$P−ABCD$的截面为四边形
D. $A$到平面$EFC$的距离为$\frac{\sqrt[ ]{3}}{3}$

三、填空题

8.已知$f(x)=x⋅e^{x}+1$，过点$(2,m)$作$f(x)$的切线，若切线斜率为$1$，则$m=$          ．

9.某企业生产的金属棒的长度$L($单位：$m)$近似的服从正态分布$N(6,0.12^{2})$，则长度$L$的期望$E(L)=$          ；随机抽取$1$万根金属棒，长度在$(5.88,6.24)($单位：$m)$的金属棒大约有           根．$($参考数据：$P(|X−u|<σ)≈0.683$，$P(|X−u|<2σ)≈0.954$，$P(|X−u|<3σ)≈0.997)$

四、解答题

10.在$\left(2x+\frac{3}{\sqrt[3]{x}}\right)^{n}$的展开式中，第$3$项与倒数第$3$项的系数之比为$\frac{4}{9}$．

$(1)$求$n$的值；$(2)$求$\left(2x+\frac{3}{\sqrt[3]{x}}\right)^{n}$展开式中的有理项．

11.已知函数$f(x)=lnx−x$，$g(x)=ax^{2}−2ax$，$a>0$．

$(1)$设曲线$y=f(x)$在$(1,f(1))$处的切线为$l$，若$l$与曲线$y=g(x)$相切，求$a;$

$(2)$设函数$ℎ(x)=f(x)+g(x)$，讨论$ℎ(x)$的单调性．

12.$DeepSeek$，全称杭州深度求索人工智能基础技术研究有限公司，$2024$年末$DeepSeek−R1$一经发布，引发全球轰动，其科技水准直接对标美国的$OpenAI GPT−4.$为提升工作效率，$M$公司引入$DeepSeek$，并对员工进行了$DeepSeek$培训．公司规定：只有培训合格才能上岗，否则将补训．

$(1)$若员工甲、乙、丙培训合格的概率分别为$\frac{2}{3}$，$\frac{1}{2}$，$\frac{1}{2}$，求甲、乙、丙三人中至少有一人不需要补训的概率；

$(2)$为了激发员工的培训积极性，提升员工使用$DeepSeek$的能力，$M$公司在培训过后举办了一次$DeepSeek$知识竞赛．已知参加这次知识竞赛员工的竞赛成绩$Z$近似服从正态分布$N(90,9)$，若该集团共有$2000$名员工，试估计这些员工中成绩超过$93$分的人数；$($结果精确到个位$)$

$(3)$参加了知识竞赛的员工还可继续参与第二轮答题赢重奖活动，活动规则如下：共有$3$道题，每答对$1$道题奖励现金$800$元．已知参与知识竞赛的员工甲答对每道题的概率均为$\frac{3}{4}$，且每题答对与否都相互独立，记甲获得总奖金为$X$元，求$X$的分布列与数学期望$EX$．

参考数据：若$Z～N(μ,σ^{2})$，则$P(μ−σ\leq Z\leq μ+σ)≈0.6827$，$P(μ−2σ\leq Z\leq μ+2σ)≈0.9545$，$P(μ−3σ\leq Z\leq μ+3σ)≈0.9973$．

13.如图，$AE⊥$平面$ABCD$，$CF//AE$，$AD//BC$，$AD⊥AB$，$AB=AD=1$，$AE=BC=2$．

$(1)$求证：$BF//$平面$ADE$；

$(2)$求直线$CE$与平面$BDE$所成角的正弦值；

$(3)$若二面角$E−BD−F$的余弦值为$\frac{1}{3}$，求$CF$．