江苏省仪征中学、江苏省高邮中学、江苏省江都中学

2024-2025学年度第二学期高二5月份联合测试数学试卷

命题单位：江苏省仪征中学 命题人：鲁媛媛 审核人：童旗军

一、单选题：本题共**8**小题，每小题**5**分，共**40**分。在每小题给出的选项中，只有一项是符合题目要求的。

1.已知$A\_{3}^{m}−C\_{3}^{2}+0!=4$，则$m=$(    )

A. $1$ B. $2$ C. $3$ D. $2$或$3$

2.盒中有$10$只螺丝钉，其中有$2$只是坏的，现从盒中随机地抽取$4$只，那么恰好有$2$只是坏的的概率

为（ ）

A. $\frac{1}{210}$ B. $\frac{1}{45}$ C. $\frac{2}{15}$ D. $\frac{1}{15}$

3.若$(3−x)(1+2x)^{10}=a\_{0}+a\_{1}x+…+a\_{11}x^{11}$，$x\in R$，则$a\_{1}·3+a\_{2}·3^{2}+…+a\_{11}·3^{11}$的值为$($    $)$

A. $3^{9}$ B. $3^{9}−1$ C. $0$ D. $−3$

4.李明上学有时坐公交车，有时骑自行车，他各记录了$50$次坐公交车和骑自行车所花的时间，经数据分析得到，假设坐公交车用时$X$和骑自行车用时$Y$都服从正态分布，$X～N(μ\_{1},6^{2})$，$Y～N(μ\_{2},2^{2}).X$和$Y$的分布密度曲线如图所示．则下列结果正确的是(    )


A. $D(X)=6$ B. $μ\_{1}>μ\_{2}$
C. $P(X\leq 38)<P(Y\leq 38)$ D. $P(X\leq 34)<P(Y\leq 34)$

5.将$4$个相同的商品放在$A$，$B$，$C$，$D4$个空货架上，则有且仅有$2$个货架上有商品的放法有(    )

A. $18$种 B. $20$种 C. $24$种 D. $120$种

6.已知$f(x)=3f(2−x)+2x^{2}−lnx$，则曲线$y=f(x)$在点$(1,f(1))$处的切线方程为(      )

A. $3x+2y−1=0$ B. $3x−4y+7=0$ C. $3x+2y+1=0$ D. $3x−4y−7=0$

7.已知$P(A)=\frac{3}{5}$，$P(A\overline{B})=\frac{1}{5}$，$P(A|B)=\frac{1}{2}$，则$P(B)=$（ ）

A. $\frac{1}{5}$ B. $\frac{2}{5}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{4}{5}$

8.已知函数$f(x)=(x+a)\left(e^{x}−b\right)(b>0)$，若$f(x)\geq 0$，则$a+b$的最小值为(     )

A. $1$ B. $2$ C. $3$ D. $e$

二、多选题：本题共**3**小题，每小题6分，共**18**分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得6分，部分选对的得部分分，有选错的得0分。

9.下列结论正确的是(     )

A. 若随机变量$X$服从两点分布，$P(X=1)=\frac{1}{2}$，则$D(X)=\frac{1}{2}$
B. 若随机变量$Y$的方差$D(Y)=2$，则$D(3Y+2)=8$
C. 若随机变量$ξ$服从二项分布$B\left(4 , \frac{1}{2}\right)$，则$P(ξ=3)=\frac{1}{4}$
D. 若随机变量$η$服从正态分布$N(5 , σ^{2})$，$P(η<2)=0.1$，则$P(2<η<8)=0.8$

10.甲罐中有$5$个红球，$2$个白球和$3$个黑球，乙罐中有$4$个红球，$3$个白球和$3$个黑球$.$先从甲罐中随机取出一球放入乙罐，分别以$A\_{1},A\_{2},A\_{3}$表示由甲罐取出的球是红球，白球和黑球的事件；再从乙罐中随机取出一球，以$B$表示由乙罐取出的球是红球的事件，则下列结论正确的是(    )

A. $P(B)=\frac{2}{5}$ B. $P(B|A\_{1})=\frac{5}{11}$
C. 事件$B$与事件$A\_{1}$独立 D. $P\left(\left.A\_{1}\right|B\right)=\frac{5}{9}$

11.已知函数$f(x)=−ax^{3}+3x^{2}+1$，则下列命题中正确的是(    )

A. $0$是$f(x)$的极小值点
B. $f(x)$有可能有三个零点
C. 当$−1<a<0$时，$f(a−1)>f(a)$
D. 若$f(x)$存在极大值点$x\_{1}$，且$f(x\_{1})=f(x\_{2})$，其中$x\_{1}\ne x\_{2}$，则$x\_{1}+2x\_{2}=0$

三、填空题：本题共**3**小题，每小题**5**分，共**15**分。

12.数字$1$，$2$，$3$，$4$，$5$，$6$按如图形式随机排列，第一行排一个数，第二行排两个数，第三行排三个数。设$N\_{1}$，$N\_{2}$，$N\_{3}$分别表示第一、二、三行中的最大数，则满足$N\_{1}<N\_{2}<N\_{3}$的所有排列的个数是          ．


13.在棱长为$4$的正方体$ABCD−A\_{1}B\_{1}C\_{1}D\_{1}$中，$M$，$N$分别是平面$A\_{1}B\_{1}C\_{1}D\_{1}$和平面$ACD\_{1}$内的动点，$\vec{BP}=3\vec{PB\_{1}}$，则$PM+MN$的最小值为          ．

14.已知$f(x)=lnx−ax$，$g\left(x\right)=e^{x}−ax$，若对任意$x\_{1}\in (0,+\infty )$，都存在$x\_{2}\in (0,+\infty )$，使得$f(x\_{1})g(x\_{2})=x\_{1}x\_{2}$，则实数$a$的取值范围为          ．

 四、解答题：本题共**5**小题，共**77**分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

 15.（本小题13分）

已知函数$f(x)=e^{x}−ax−1$．

$(1)$当$a=2$时，求$f(x)$在区间$\left[0,1\right]$上的值域；

$(2)$若$a>0$，讨论函数$f(x)$在$\left(0，+\infty \right)$上的单调性．

16.$($本小题$15$分$)$

已知$\left(x^{2}+\frac{2}{\sqrt[ ]{x}}\right)^{m}$的展开式中，第$4$项的系数与倒数第$4$项的系数之比为$\frac{1}{2}$．

$(1)$记展开式中所有项的系数和为A，二项式系数和为B，分别求A与B的值；

$(2)$ 将展开式中所有项进行随意排列，求有理项不相邻的概率；

$(3)$求展开式中系数最大的项．

17.$($本小题$15$分$)$

 有一个摸奖游戏，在一个口袋中装有$3$个红球和$3$个白球，这些球除颜色外完全相同，游戏规定：每位参与者进行$n$次摸球，每次从袋中一次性摸出两个球，如果每次摸出的两个球颜色相同即为中奖，颜色不同即为不中奖，有两种摸球方式：一是每次摸球后将球均不放回袋中，直接进行下一次摸球，中奖次数记为$X$；二是每次摸球后将球均放回袋中，再进行下一次摸球，中奖次数记为$Y$．

$(1)$若第一次取后均不放回，求在第一次中奖的条件下，第二次中奖的概率；

$(2)$若$n=2$，求$X$的分布列和数学期望；

$(3)$若$n=10$，函数$f\left(x\right)=\left\{\begin{matrix}2x,0\leq x\leq \frac{4}{5},\\1−x,\frac{4}{5}<x\leq 1,\end{matrix}\right.$随机变量$Z=f\left(\frac{Y}{n}\right)$，求$Z$的数学期望．

18.$($本小题$17$分$)$

如图，在多面体$ABCDEF$中，平面$ABCD⊥$平面$ADEF$，四边形$ADEF$为平行四边形，$AB//CD$，$AD⊥CD$，$∠FAD=\frac{π}{4}$，$AF=2\sqrt[ ]{2}$，$AB=AD=\frac{1}{2}CD=2$，$P$为$EC$的中点．

$(1)$求证：$DF⊥BC$；

$(2)$求点$P$到平面$ABF$的距离；

$(3)$在线段$BC$上是否存在一点$H$，使得平面$DHP$与平面$BEF$的夹角的余弦值为$\frac{\sqrt[ ]{42}}{14}$？若存在，求$\frac{BH}{BC}$的值；若不存在，请说明理由．



 19.$($本小题$17$分$)$

定义：如果函数$f(x)$在定义域内，存在极大值$f(x\_{1})$和极小值$f(x\_{2})$，且存在一个常数$k$，

使$f(x\_{1})−f(x\_{2})=k(x\_{1}−x\_{2})$成立，则称函数$f(x)$为极值可差比函数，常数$k$称为该函数的极值差比系数$.$

已知函数$f(x)=x−\frac{1}{x}−alnx.$

$(1)$当$a=\frac{5}{2}$时，判断$f(x)$是否为极值可差比函数，并说明理由$;$

$(2)$是否存在$a$使$f(x)$的极值差比系数为$2−a?$若存在，求出$a$的值$;$若不存在，请说明理由$;$

$(3)$若$\frac{3\sqrt[ ]{2}}{2}\leq a\leq \frac{5}{2}$，求$f(x)$的极值差比系数的取值范围．