2024-2025学年第二学期高二数学天天练46

班级 姓名 学号

学校举行定点投篮比赛，规定每人投篮$4$次，投中一球得$2$分，没有投中得$0$分，假设每次投篮投中与否是相互独立的．已知小明每次投篮投中的概率都是$\frac{1}{3}$，小强每次投篮投中的概率都是$p(0<p<1)$．

$(1)$求小明在投篮过程中直到第三次才投中的概率；

$(2)$求小明在$4$次投篮后的总得分$ξ$的分布列和期望；

$(3)$小强投篮$4$次，投中的次数为$X$，若期望$E(X)=1$，求$p$和$X$的方差$D(X)$．

2024-2025学年第二学期高二数学天天练47

班级 姓名 学号

 在一个不透明的盒子中装有除颜色外其余完全相同的若干个小球，其中有$m$个白球，$m$个黑球，$2$个黑白相间的球，且从盒子中随机摸出$1$个球，摸到黑白相间的球的概率为$\frac{1}{5}$．

$($Ⅰ$)$从盒子中随机摸出$1$个球，求在摸出的球上带有黑色的条件下，摸出黑白相间的球的概率$;$

$($Ⅱ$)$从盒子中$1$次随机取出$1$个球，取出后不放回，共取$2$次，设取出的黑球数量为$X$，求$X$的分布列与期望．

2024-2025学年第二学期高二数学天天练48

班级 姓名 学号

 人工智能$($简称$AI)$的相关技术首先在互联网开始应用，然后陆续普及到其他行业$.$某公司推出的$AI$软件主要有四项功能：“视频创作”、“图像修复”、“语言翻译”、“智绘设计”$.$为了解某地区大学生对这款$AI$软件的使用情况，从该地区随机抽取了$120$名大学生，统计他们最喜爱使用的$AI$软件功能$($每人只能选一项$)$，统计结果如下：

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 软件功能 | 视频创作 | 图像修复 | 语言翻译 | 智绘设计 |
| 大学生人数 | $$40$$ | $$20$$ | $$40$$ | $$20$$ |

假设大学生对$AI$软件的喜爱倾向互不影响．
$(1)$从该地区的大学生中随机抽取$1$人，试估计此人最喜爱“视频创作”的概率；
$(2)$采用分层抽样的方式先从$120$名大学生中随机抽取$6$人，再从这$6$人中随机抽取$2$人，其中最喜爱“视频创作”的人数为$X$，求$X$的分布列和数学期望；
$(3)$从该地区的大学生中随机抽取$2$人，其中最喜爱“视频创作”的人数为$Y$，$Y$的方差记作$D(Y)$，$(2)$中$X$的方差记作$D(X)$，比较$D(X)$与$D(Y)$的大小．$($结论不要求证明$)$

2024-2025学年第二学期高二数学天天练49

班级 姓名 学号

 $2024$年$7$月$26$日至$8$月$11$日在法国巴黎举行了夏季奥运会．为了普及奥运知识，$M$大学举办了一次奥运知识竞赛，竞赛分为初赛与决赛，初赛通过后才能参加决赛．

$(1)$初赛从$6$道题中任选$2$题作答，$2$题均答对则进入决赛．已知这$6$道题中小王能答对其中$4$道题，记小王在初赛中答对的题目个数为$X$，求$X$的数学期望以及小王在已经答对一题的前提下，仍未进入决赛的概率；

$(2)M$大学为鼓励大学生踊跃参赛并取得佳绩，决定对进入决赛的参赛大学生给予一定的奖励．奖励规则如下：对于进入决赛的每名大学生允许连续抽奖$3$次，中奖$1$次奖励$120$元，中奖$2$次奖励$180$元，中奖$3$次奖励$360$元，若$3$次均未中奖，则只奖励$60$元，假定每次中奖的概率均为$p\left(0<p<\frac{3}{4}\right)$，且每次是否中奖相互独立．

$($Ⅰ$)$记一名进入决赛的大学生恰好中奖$1$次的概率为$f(p)$，求$f(p)$的极大值；

$($Ⅱ$)M$大学数学系共有$9$名大学生进入了决赛，求这$9$名大学生获得的总奖金的期望值．

2024-2025学年第二学期高二数学天天练50

班级 姓名 学号

 如图，已知三棱锥$O−ABC$的侧棱$OA$，$OB$，$OC$两两垂直，且$OA=1$，$OB=OC=2$，$E$是$OC$的中点．

$(1)$求异面直线$BE$与$AC$所成角的余弦值$;$

$(2)$求二面角$A−BE−C$的正弦值．