**江苏省仪征中学2024-2025学年度第二学期高二数学周练（10）**

一、单选题：本题共**8**小题，每小题**5**分，共**40**分。在每小题给出的选项中，只有一项是符合题目要求的。

1.若函数$f\left(x\right)=\frac{1}{2}x^{2}−2x−3lnx$，则函数$f\left(x\right)$的单调递减区间为(     )

A. $(−\infty ,−1)∪(3,+\infty )$ B. $\left(−1,3\right)$
C. $(0,3)$ D. $\left(3,+\infty \right)$

2.若随机变量$X$的分布列如下表所示，则$a$的值为(     )

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| $$X$$ | $$1$$ | $$2$$ | $$3$$ |
| $$P$$ | $$0.2$$ | $$a$$ | $$3a$$ |

A. $0.1$ B. $0.2$ C. $0.3$ D. $0.4$

3.小明准备将新买的中国古典长篇小说四大名著$《$红楼梦$》$、$《$三国演义$》$、$《$水浒传$》$、$《$西游记$》$和$ 《$论语$》$五本书立起来放在书架上，若要求$《$三国演义$》$、$《$水浒传$》$两本书相邻，且$《$论语$》$放在两端，则不同的摆放方法有(     )

A. $18$种 B. $24$种 C. $36$种 D. $48$种

4.芜湖有很多闻名的旅游景点．现有两位游客慕名来到芜湖，都准备从甲、乙、丙、丁$4$个著名旅游景点中随机选择一个游玩．设事件$A$为“两人至少有一人选择丙景点”，事件$B$为“两人选择的景点不同”，则条件概率$P\left(B\left|A\right.\right)=$(     )

A. $\frac{7}{16}$ B. $\frac{7}{8}$ C. $\frac{3}{7}$ D. $\frac{6}{7}$

5.$(1+x^{2})\left(x+\frac{2}{x}\right)^{6}$的展开式中常数项是(     )

A. $120$ B. $240$ C. $400$ D. $480$

6.甲、乙两个箱子里各装有$5$个大小形状都相同的球，其中甲箱中有$3$个红球和$2$个白球，乙箱中有$2$个红球和$3$个白球．先从甲箱中随机取出一球放入乙箱中，再从乙箱中随机取出一球，则取出的球是红球的概率(     )

A. $\frac{1}{5}$ B. $\frac{13}{30}$ C. $\frac{17}{30}$ D. $\frac{13}{25}$

7.已知$(x+2)^{9}=a\_{0}+a\_{1}x+a\_{2}x^{2}+…+a\_{9}x^{9}$，则下列选项中正确的是(     )

A. $a\_{1}+a\_{2}+⋅⋅⋅+a\_{9}=3^{9}$

B. $a\_{1}$，$a\_{2}$，$\cdots $，$a\_{9}$中最大的是$a\_{6}$
C. $(a\_{0}+a\_{2}+\cdots +a\_{8})^{2}−(a\_{1}+a\_{3}+\cdots +a\_{9})^{2}=−3^{9}$
D. $(a\_{1}+3a\_{3}+\cdots +9a\_{9}^{ })^{2}−(2a\_{2}+4a\_{4}+\cdots +8a\_{8})^{2}=3^{12}$

8.若对任意的$x\_{1}$，$x\_{2}\in \left(m,+\infty \right)$，且$x\_{1}<x\_{2}$，$\frac{x\_{1}lnx\_{2}−x\_{2}lnx\_{1}}{x\_{1}−x\_{2}}>1$，则$m$的取值范围是(     )

A. $\left[\frac{1}{e},e\right)$ B. $\left[\frac{1}{e},+\infty \right)$ C. $\left[e,+\infty \right)$ D. $\left[e^{2},+\infty \right)$

二、多选题：本题共**3**小题，共**15**分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。

9.若，为正整数且，则（    ）

A． B．

C． D．

10.已知$(1−2x)^{2021}=a\_{0}+a\_{1}x+a\_{2}x^{2}+a\_{3}x^{3}+…+a\_{2021}x^{2021}$，则(     )

A. 展开式中所有项的二项式系数和为$2^{2021           }$ B. 展开式中所有奇次项系数和为$\frac{3^{2021}−1}{2}$
C. 展开式中所有偶次项系数和为$\frac{3^{2021}−1}{2}$ D. $\frac{a\_{1}}{2}+\frac{a\_{2}}{2^{2}}+\frac{a\_{3}}{2^{3}}+⋅⋅⋅+\frac{a\_{2021}}{2^{2021}}=−1$

11.已知函数$f(x)=\frac{x^{2}+2ax}{2}+lnx$，则下列说法正确有(     )

A. $f'(1)=0$时，$a=−2$
B. $f(x)$在定义域内单调递增时，$a\geq −2$
C. $a\leq −2$时，$f(x)$有极值
D. $a<−2$时，$f(x)$的图象存在两条相互垂直的切线

三、填空题：本题共**3**小题，每小题**5**分，共**15**分。

12.中国南北朝时期的著作$《$孙子算经$》$中，对同余除法有较深的研究．设$a$，$b$，$m\left(m>0\right)$为整数，若$a$和$b$被$m$除得的余数相同，则称$a$和$b$对模$m$同余，记为$a≡b\left(modm\right).$

若$a=C\_{20}^{0}+C\_{20}^{1}×3+C\_{20}^{2}×3^{2}+⋅⋅⋅+C\_{20}^{20}×3^{20}$，$a≡b(mod5)$，则$b$的值可以是           ．

13.某班$4$名学生报名参加数学、物理、化学兴趣小组，若规定每人限报一门，共有           种不同的报名情况；若每人至少选报一门，且每门恰有$2$名学生报名的不同情况有           种$.$

14.已知$f^{'}(x)$是函数$f(x)$的导函数，在定义域$(0,+\infty )$内满足$xf'(x)−xf(x)−e^{x}=0$，且$f(1)=2e$，

若$f(1−\frac{1}{2a})⩽e^{\frac{1}{e}}$，则实数$a$ 的取值范围是           ．

四、解答题：本题共**5**小题，共**77**分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

15.有甲、乙两只不透明的袋子，其中甲袋放有$3$个红球，$2$个白球，乙袋放有$2$个红球，$3$个白球，且所有球的大小和质地均相同．
$(1)$先随机取一只袋子，再从该袋中随机取$1$个球，求取出的该球是白球的概率；
$(2)$先从甲袋中任取$2$个球放入乙袋中，再从乙袋中任取$2$个球，求从乙袋中取出的$2$个球均为红球的

概率．

16.在$(\sqrt[ ]{x}+\frac{1}{2·\sqrt[4]{x}})^{n}$的展开式中，前三项系数成等差数列，求
$ (1)$展开式中所有项的系数之和； $(2)$展开式中的有理项； $(3)$展开式中系数最大的项．

17.如图，在四棱锥$P−ABCD$中，底面$ABCD$为矩形，侧棱$PD⊥$底面$ABCD$，$PD=DC=2AD=2$，$E$是$PC$的中点，点$F$在棱$PB$上且$PF=\frac{1}{4}PB$．

$(1)$求证：$PA//$平面$EDB$；$(2)$求平面$EDB$与平面$PDC$夹角的余弦值；$(3)$求点$F$到平面$EDB$的距离．



18.如图，直角梯形$ABCD$与等腰直角三角形$ABP$所在的平面互相垂直，且$AB//CD$，$AB⊥BC$，$AP⊥PB$，$AB=2$，$BC=CD=1$．
$(1)$求证：$AB⊥PD$； $(2)$求直线$PC$与平面$ABP$所成角的余弦值；
$(3)$线段$PA$上是否存在点$E$，使得$PC//$平面$EBD$？若存在，求出$\frac{AE}{AP}$的值；若不存在，请说明理由．



19.已知函数$f(x)=lnx−mx^{2}+(1−2m)x+1$．

$(1)$若$m=1$ ，求$f(x)$的极值； $(2)$讨论$f(x)$的单调性；

$(3)$若对任意$x>0$，有$f(x)\leq 0$恒成立，求整数$m$的最小值．