

高中数学教学中圆锥曲线非对称性问题及对策探讨

徐 涛

湖北省麻城市第三中学，湖北 黄冈 438300

摘要：本研究主要探析高中数学教学中圆锥曲线的非对称性问题及其解决对策，以提升学生对该类曲线的理解能力。先分析对椭圆、双曲线和抛物线的非对称性特征，揭示学生在理解过程中的常见困惑与误区。针对这些问题，提出了强化几何直观、建立坐标与方程联系、实施分类讨论和情境化问题设计等教学策略。研究结果表明，这些对策在改善学生对圆锥曲线非对称性理解方面具有显著效果。

关键词：高中数学教学；圆锥曲线；非对称性问题；对策

中图分类号：G643

圆锥曲线在高中数学课程中并非仅仅是几何中的一个分支，它承载了代数、解析几何和实际应用的多重知识融合。对于大多数学生而言，圆锥曲线之于数学学习就如同一扇窗口，透过它可以深入理解数学的逻辑之美。然而，这一部分知识对称与非对称的特性常常使学生对其本质产生混淆，尤其是非对称性特征所带来的认知负担，容易让他们陷入思维的瓶颈。传统的圆锥曲线教学中椭圆、双曲线和抛物线的对称性多被强调，然而非对称性问题往往难以被有效识别，这种忽略会直接影响学生对图形空间结构的理解。学生的认知障碍不仅源自图形本身的复杂性，更在于其难以在符号和图形之间建立清晰的联系。本研究将通过教学策略的优化来探讨如何有效化解学生对圆锥曲线非对称性的认知难题，进而帮助学生在学中重构逻辑。通过实践与分析，希望提出行之有效的方法。

1 高中数学教学中圆锥曲线中的非对称性问题分析

1.1 椭圆与双曲线的非对称性特征

数学中的椭圆和双曲线分别因其不同的对称性特征展现出复杂的几何关系。对于椭圆，尽管具备以两个焦点为基础的对称性，但它在两个方向上表现出不同的对称特点。尤其是在主轴与副轴的差异上，椭圆的几何形状并不完全对称，使学生难以将此对称性转化为空间理解中的等效结构。相较于椭圆的两轴对称，双曲线的对称性表现则更具挑战性。双曲线的中心对称和不重叠的两分支结构，使得学生在理解它的整体对称性时，需从中心出发，但其对称的开放方向却形

成了难以直观把握的认知障碍。双曲线的对称性虽然在理论上以中心为轴，但这种开放的结构和对称的分布在教学中常常成为学生认知的盲区。

1.2 抛物线的非对称性

抛物线因其几何特性独具一格。与椭圆和双曲线的双向对称性不同，抛物线只在一侧体现了与焦点、准线之间的关系。抛物线的一侧是“开口”的，另一侧却紧密围绕着准线和焦点，这种单一方向的非对称性使抛物线在几何构造上与其他圆锥曲线截然不同，给学生理解带来了实际障碍。尤其是在讨论抛物线的对称轴和准线关系时，学生往往无法同时在符号和图像之间建立有效联系。抛物线的焦点和准线关系引发的非对称性更要求学生在构建空间理解时，能够兼顾图像与解析式之间的相互关系。然而，由于缺乏对单侧对称性结构的直观理解，抛物线的非对称性常常使学生产生模糊的认知，使他们在面对解析几何问题时难以从图像上找到解决途径。

1.3 非对称性问题对学生理解的影响

数学教学过程中非对称性问题对学生的理解构成了多方面的影响。学生在学习中普遍表现出对称性思维的偏向，即更容易接受和理解对称结构，而非对称结构则常常成为其思维发展的障碍。对于椭圆的不同轴对称性，学生难以在脑海中构建出等比缩放后的图形，因而对其焦点位置的实际意义产生困惑。此外，双曲线的双分支和开放式的对称性也增加了学生的理解难度，他们容易将双曲线的非对称性理解为两条完全独立的曲线，而忽略了它们通过中心对称而相互关

收稿日期：2024年11月12日

作者简介：徐涛（1980—），男，汉族，湖北麻城人，本科，中学一级教师，研究方向为高中数学。

- 200 -

联的几何性质。抛物线因其独特的单侧开口结构,对准线的非对称性要求学生同时理解解析几何中的符号运算与几何图形的关系,但这在学生心中常常模糊不清,尤其是在解决问题时,学生难以将焦点、准线 and 对称轴等元素统一到一个逻辑框架内,影响了对图形整体结构的把握。

2 解决高中数学教学中圆锥曲线非对称性问题的教学对策

2.1 强化几何直观教学

圆锥曲线教学中,学生在初次接触椭圆、双曲线和抛物线时,往往倾向于通过对称性来快速建立图形的整体印象,这一策略在简化理解方面有一定作用,但也让学生在应对非对称性问题时产生障碍。因此,教学的第一步便是帮助学生通过几何的直观理解来打破这一思维惯性,特别是对于非对称性较强的曲线,需要通过多种方式呈现图形的动态特征,从而在视觉认知上让学生掌握这些曲线的特殊性。

教师在实际操作中可以使用动态几何软件,通过实时变换的过程展示不同圆锥曲线的形状变化^[1]。以椭圆为例,调整其长轴和短轴的长度,让学生能够观察到对称轴的变化对图形的影响,同时也可以让学生直观理解其对称性背后的非对称性本质。例如,当椭圆的长轴较短轴加长时,椭圆在视觉上的对称性逐渐显现;而当长轴缩短时,图形会呈现出明显的非对称性结构。这一动态演示有助于帮助学生在最直观的层面上打破图形的表面对称性,从而对复杂的非对称结构产生更深的认知。

除软件演示外,实际的模型展示也是一种有效的方式。物理模型可以帮助学生在动手操作中观察到不同轴长和曲线分布对于图形结构的影响。通过模型的翻转、旋转,学生可以从多个角度观察不同类型的圆锥曲线,尤其是对椭圆和双曲线的不同分支的实际空间布局。此过程能够使学生在视觉化和操作中形成几何图形的立体概念,培养其对圆锥曲线的整体认识和对非对称性的敏锐度。

直观教学的一个核心在于帮助学生逐步建立空间感知,这是非对称性问题的基础,也是解决问题的核心技能之一。在实际解题过程中,学生可以通过先构建图像来帮助分析坐标和参数的变化,进而发现不同坐标点在非对称曲线中的独特位置,这一认知过程提

升了学生对图形的理解,也为后续的坐标转换与计算奠定了基础。通过直观几何的训练,学生在面对圆锥曲线问题时能够更为灵活地处理对称性与非对称性,具备了从图形特征出发解决问题的思维能力。

2.2 建立坐标与方程的联系

圆锥曲线的教学中解析几何的作用在于将几何特征通过方程来表达,代数与几何的相互转化是帮助学生理解对称与非对称性的重要手段,尤其对于圆锥曲线,非对称性往往体现在方程的符号结构和具体数值关系上,通过方程的形式化描述,学生可以更深刻地理解非对称性的来源,学生在此过程中可以通过观察不同类型圆锥曲线方程的结构特点来了解其对称性特征,并发现其与几何形态的直接联系^[2]。例如,抛物线方程的表达式体现了非对称性,即 x 与 y 轴并不完全对等,表明其单侧开口的结构,通过分解抛物线的方程式,让学生理解 x 和 y 坐标的独特关系,从而在数学结构中直接体验到非对称性的本质。学生在观察到方程中的差异时,能更好地理解为何曲线会在某一方向上保持开口,并且通过调整参数观察曲线在不同数值下的变化,逐步从符号中理解非对称性,此过程帮助学生从方程的代数表达入手,发现几何图形的特性和解析几何的深层逻辑。

在教学中,坐标和方程的联系还可以通过实践演练来进一步强化。例如,教师可以为学生提供一组圆锥曲线方程,要求学生将其图形化,从而在代数符号与图形之间建立直观的映射关系。学生在绘制过程中会遇到不同的对称性与非对称性问题,而这些问题的解答可以使他们对方程的符号结构形成敏锐的辨识能力^[3]。例如,当学生绘制双曲线时,中心对称性的结构特点能够直接在方程中体现,而不同的分支会因参数的不同而呈现出不同的开口方向。学生在这系列的操作中通过代数与图形的双向联系来掌握非对称性的变化规律,从而在直觉层面上形成对圆锥曲线特征的全面理解。通过实施上述教学策略,可以帮助学生在分析图形时能够同时考虑几何形状与代数特征,掌握如何在坐标和方程之间建立联系,这是解析几何中的一项重要技能,也为进一步的逻辑推理和计算提供了基础。通过坐标与方程的双重理解,学生逐渐克服了非对称性带来的认知挑战,使其在面对圆锥曲线问题时可以更加从容地进行思维转换。

2.3 实施分类讨论教学法

圆锥曲线的非对称性特点在不同曲线之间存在显著差异,因此教学中需要对每种类型的曲线进行单独分析,以便学生能够针对性地掌握不同的几何特征。例如,对于椭圆,其非对称性主要表现为主轴与副轴的差异,双曲线则在中心对称与双分支上展现出特殊的非对称性结构,而抛物线的单侧开口和与准线的独特关系则是理解其非对称性的关键。因此,针对不同类型的曲线特点实施分类讨论有助于学生形成针对性的理解。

具体的教学实践中分类讨论并非单纯的理论分解,而是让学生通过自我探索和分析来逐步发现每类曲线的特殊性。例如,引导学生从椭圆的定义入手,思考主轴和副轴长度对曲线形状的影响,进而引导学生得出椭圆的非对称性结论。在讨论双曲线时,可以从中心对称性和开放的双分支结构入手,引导学生理解其分支间的关联性^[4]。在抛物线的教学中,可以特别讨论其单一焦点与准线关系对非对称性造成的影响,通过分类讨论使学生逐步掌握每种曲线的独特非对称性特点。

具体操作中,教师可以将每一类曲线的讨论设置为一个独立的模块,让学生从定义、性质、对称性等多方面入手展开探讨。每个模块结束时,布置一个具有挑战性的问题,让学生运用新学到的知识对非对称性问题进行分析^[5]。例如,设计一个包含椭圆和抛物线的综合问题,要求学生识别每类曲线的非对称性特征,并据此作出正确的判断。通过这样的问题引导,学生在分类讨论中逐步掌握了每类曲线的非对称性特点,并且学会根据问题的要求选择合适的解决策略。分类讨论教学法不仅在知识结构上帮助学生系统性地掌握了圆锥曲线的特性,还通过问题讨论和分析增强了学生的逻辑思维能力。在面对非对称性问题时,学生可以根据不同曲线的特点有针对性地应用所学知识,避免了统一思维的干扰,从而在实际解题中表现出更强的适应性和灵活性。通过分类讨论的引导,学生对圆锥曲线的认识逐步深入,对每一类曲线的非对称性问题都具备了清晰的理解和应对策略。

2.4 设计情境化问题解决非对称性难点

数学教学中圆锥曲线的非对称性问题既是知识上的理解难点,也是实际应用中的一个重要方面。因此,设计具有情境化的实际问题能够帮助学生通过实际的计算和应用来加深对非对称性的理解。例如,设计一个天文学问题,将行星轨道与椭圆的长短轴相关联,让学生通过计算不同位置的行星速度来体验非对称性在物理现象中的体现。学生通过这样的问题情境能够在实际情境中看到非对称性所带来的差异,这种体验式的学习对加深学生的理解具有显著的效果。情境化问题的设计不仅是为了增加课堂的趣味性,更在于引导学生从数学的抽象思维中跳脱出来,去体验数学在现实中的实用性^[6]。例如,在设计一个涉及抛物线的抛体运动问题时,学生可以通过计算物体的运动轨迹,观察到抛物线在现实中是如何反映出非对称性的特点的,这一过程让学生认识到非对称性不是一个简单的数学特征,而是与现实世界的现象紧密相关的特性。学生通过上述学习过程能够进一步建立起数学知识与现实应用之间的关联,从而增强对非对称性问题的理解。此外,情境化问题的设计还可以通过开放性的问题设置来引导学生的探索性思维。例如,给出一个与建筑工程相关的情境,让学生设计某种特殊的抛物线形状的桥梁,要求其能够承受特定方向的压力,学生需要计算抛物线的非对称特性,还需要考虑实际应用中的结构问题,这样的情境让学生在多方面的思考中加深了对非对称性问题的认识。

3 结语

本研究围绕圆锥曲线教学中的非对称性问题展开,力图解决学生对椭圆、双曲线、抛物线等图形的理解困境。通过几何直观教学、解析几何关联、分类讨论及情境问题设计等方法,研究在多层次上促进了学生对非对称性特征的掌握。这一系列策略帮助学生打破认知的障碍,使其更有逻辑地理解曲线的构造特性并在面对圆锥曲线的变换和计算时具备更加严谨的思维。尽管教学策略的调整取得了一定成效,但圆锥曲线教学仍然需要在深度和广度上继续探索,以便学生能够在今后的数学学习中真正做到融会贯通。

参考文献

- [1]张艳宗.剖思维痛点,析数学本质,提运算素养——"圆锥曲线非对称性问题"教学记实[J].中小学数学(高中版),2023(Z1):74-76.
- [2]金保源.例谈圆锥曲线中非对称问题的处理策略[J].中学数学研究,2023(3):57-58.
- [3]林厚栋.圆锥曲线中"非对称结构"相关问题的求解探究——以 2023 年新高考 II 卷第 21 题为例[J].福建中学数学,2023(11):46-49.
- [4]谭辉.一道圆锥曲线非对称问题的多角度思考[J].高中数学教与学,2022(11):12-14.
- [5]施利强,江战明.圆锥曲线中非对称代数式的处理方法[J].教学月刊:中学版(教学参考),2020(9):4.
- [6]张倩,吴志勇.一道"非对称性"问题的解法优化与拓展[J].中学数学研究,2024(1):60-62.