陕西省咸阳市武功县普集高级中学2025届高三下学期第二次模拟考试数学试题

一、单选题（本大题共8小题）

1．已知集合，，则下列关系中，正确的是（ ）

A． B． C． D．

2．已知，则（ ）

A． B． C．0 D．

3．已知，，则（ ）

A． B． C． D．

4．在直角梯形中，，且，，，，则（ ）

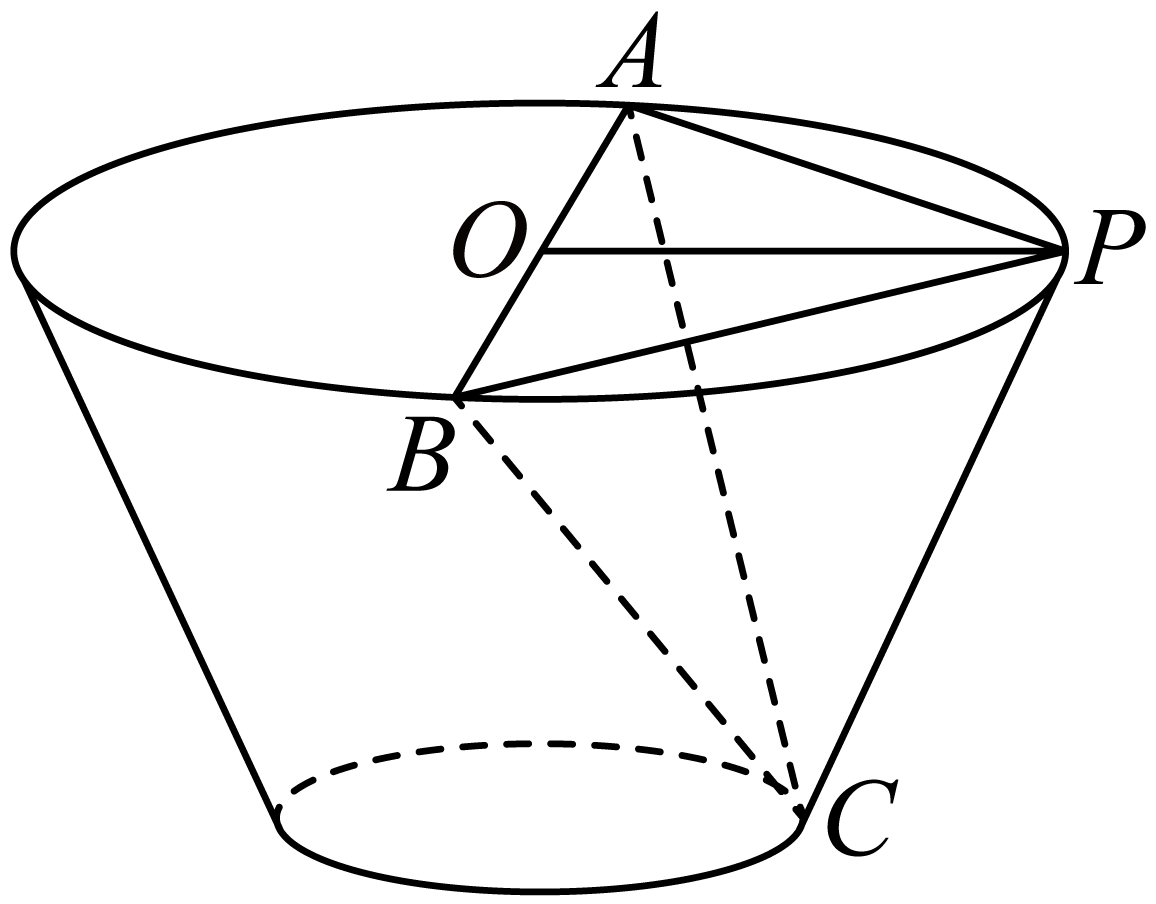
A． B．1 C． D．2

5．下列不等式成立的是（ ）

A． B．

C． D．

6．如图，有一种“迷你”圆台形小灯饰，其下底面的直径为，上底面的直径为，高为，已知点是上底面圆周上不与直径端点重合的一点，是该圆台的一条母线，为上底面圆的圆心，当面积最大时，与平面所成夹角的正弦值为（ ）



A． B． C． D．

7．已知甲箱中有3个白乒乓球和4个黄色乒乓球，乙箱中有4个白乒乓球和3个黄色乒乓球.先从甲箱中随机取出1球放入乙箱中，以，分别表示由甲箱中取出的是白球和黄球，再从乙箱中随机取出1球，以表示从乙箱中取出的是白球，则下列结论错误的是（ ）

A．，互斥 B． C． D．

8．已知是定义在上的函数，且为奇函数，若函数的图象与函数的图象有个交点，…，，且，则的值为（ ）

A．1010 B．1012 C．1014 D．1016

二、多选题（本大题共3小题）

9．下列结论正确的是（ ）

A．已知随机变量服从二项分布，若，，则

B．若随机变量，且，则

C．一组数据，，，，，，的第60百分位数为7

D．若样本数据，，…，的平均数为4，则，，…，的平均数为9

10．已知与函数的周期相同，则下列说法正确的是（ ）

A．在区间上单调递减

B．在区间内只有1个极值点

C．直线是曲线的对称轴

D．直线是曲线的切线

11．已知在平面直角坐标系中，，，点是满足的曲线上的任意一点，点为过点的抛物线上的一动点，点在直线上的射影为，则（ ）

A．抛物线上与焦点距离等于5的点的横坐标是1

B．若过点的直线交于，两点，且，则的面积为6

C．的最小值为

D．已知点在抛物线上，过点作曲线的切线，若切线长为，则点到的准线的距离为8

三、填空题（本大题共3小题）

12．在的展开式中，项的系数为60，则的值为 .

13．在中，内角所对的边分别为，已知，，则 .

14．在正方体中，为的中点，为底面上一动点，与底面所成的角为，若，且该正方体的外接球的体积为，则动点的轨迹长度为 .

四、解答题（本大题共5小题）

15．已知等差数列的公差为2，且，，成等比数列，记为数列的前项和，且.

(1)求，的通项公式；

(2)设，求数列的前项和.

16．“两岸同心跑，共绘未来圆”2024马尾区全面健身“两马”主题跑暨第十六届“两马”体育联赛于2024年5月17日在琅岐红光湖公园举行.为了解市民对“两马运动”的了解程度与性别是否有关，某调查组对该区市民进行了一次“两马运动”健康知识问卷调查，通过随机抽样，得到参加问卷调查的600人的得分（满分100）数据，统计结果如表所示.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 得分 |  |  |  |  |  |  |  |
| 男性人数 | 10 | 15 | 65 | 75 | 115 | 50 | 20 |
| 女性人数 | 10 | 30 | 70 | 65 | 35 | 30 | 10 |

(1)把市民分为对“两马运动”健康知识“比较了解”（不低于60分的）和“不太了解”（低于60分的）两类，请作出列联表，并判断是否有的把握认为该市民对“两马运动”健康知识了解程度与性别有关？

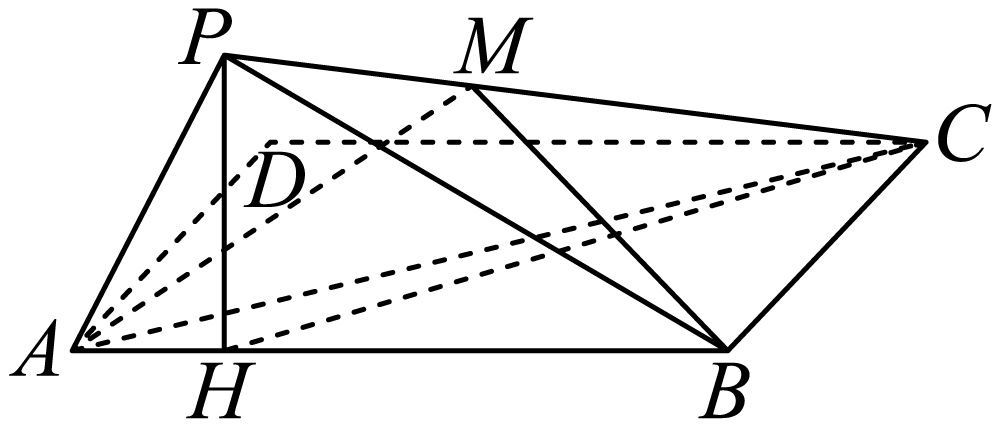
(2)将频率视为概率，用样本估计总体.若从该地区所有市民中，采取随机抽样的方法每次抽取1名市民分析，连续抽取4次，且各次抽取的结果相互独立，记被抽取到的4名市民中，“比较了解”的人数为，求出的分布列，并求数学期望和方差.

附表及公式；

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 0.15 | 0.10 | 0.05 | 0.025 | 0.010 | 0.005 | 0.001 |
|  | 2.072 | 2.706 | 3.841 | 5.024 | 6.635 | 7.879 | 10.828 |

其中，.

17．如图，在矩形纸片中，，，沿将折起，使点到达点的位置，点在平面的射影落在边上.



(1)求三棱锥的体积；

(2)若是边上的一个动点，是否存在点，使得平面与平面的夹角正切值为？若存在，求点到平面的距离；若不存在，请说明理由.

18．已知椭圆的离心率，过点的动直线与椭圆相交于两点，当直线与轴垂直时，直线被椭圆截得的线段长为3.

(1)求椭圆的方程；

(2)直线与椭圆交于，两点，是椭圆上一动点（不同于，），记，，分别为直线，，的斜率，且满足，求点的坐标（用表示）；

(3)过左焦点的直线交椭圆于，两点，是否存在实数，使恒成立？若存在，求此时的最小值；若不存在，请说明理由.

19．已知为实数，将函数的图象向左平移一个单位长度得到的图象，设函数.定义：对于给定的一组有序实数，若对任意，，都有，则称为的“魅力数组”.

(1)已知为的导函数，讨论的单调性；

(2)若，判断是否为的“魅力数组”，并说明理由；

(3)若对任意，都是的“魅力数组”，求的取值范围.

参考答案

1．【答案】D

【详解】由函数，可得，解得，所以，

又由，解得或，所以或，

则，，且，，

故选D.

2．【答案】D

【详解】根据复数的运算法则，可得，所以，

所以，则.

故选D.

3．【答案】A

【详解】因为且，，所以，

所以为锐角，则，

解得.

故选A.

4．【答案】B

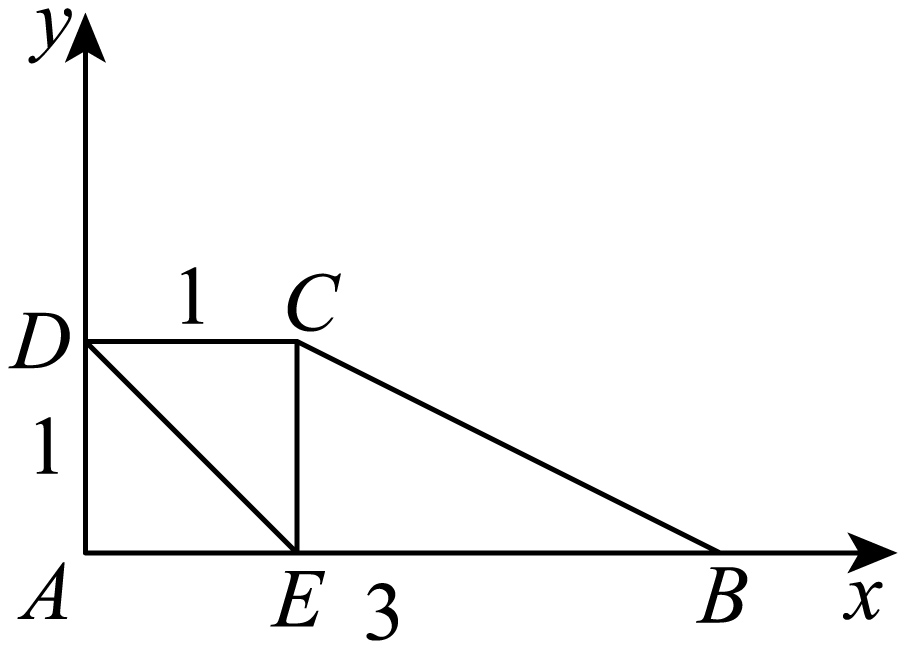
【详解】以为原点，所在直线为轴，所在直线为轴建立如图所示的平面直角坐标系，

由题意，在直角梯形中，，且，，，

，所以，，，，

因此，

故选B.



5．【答案】C

【详解】对于A中，由函数在上单调递减，可得，所以A错误；

对于B中，由函数在上单调递增，

可得，所以B错误；

对于C中，由，且，

所以，所以C正确；

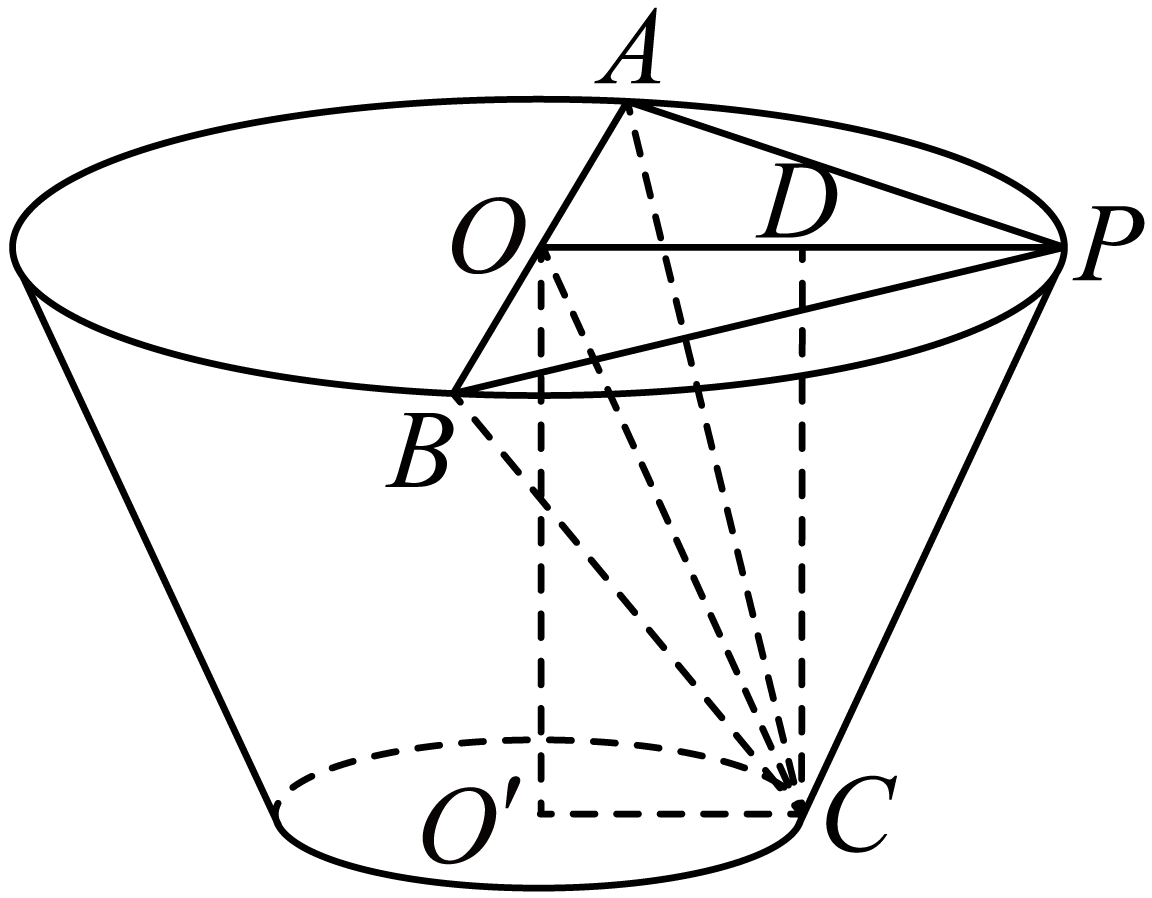
对于D中，由，且，

所以，所以D错误.

故选C.

6．【答案】A

【详解】设为下底面圆的圆心，连接，和，可知为圆台的高，所以，



当面积最大时，为弧的中点，则，所以，

又因为，平面，平面，所以平面，

因为当与均在平面的同一侧时，是该圆台的一条母线，

所以，，，四点共面，且，又平面，

所以平面平面，又因为平面平面，

所以点在平面的射影在直线上，

则与平面所成的角即为，

因为，，，所以在中，

.，

故选A.

7．【答案】C

【详解】对于A中，由，分别表示甲箱中取出的是白球和黄球，

因为每次只取1个球，所以，是互斥的事件，所以A正确；

对于B中，由题意，可得，，，所以B正确；

对于C中，由，可得，所以C错误；

对于D中，由，所以D正确.

故选C.

8．【答案】B

【详解】因为为奇函数，所以，

所以的图象关于点对称，

函数，

对于函数，

可得，

所以函数为奇函数，其图象关于原点对称，

所以的图象关于对称，

所以当为偶数时，这些根成对出现，每对和为，

当为奇数时，中间根为，其余根成对出现，每对和为，

所以设，则，所以，解得.

故选B.

9．【答案】BD

【详解】对于A中，由，可得，解得，所以A错误；

对于B中，由正态曲线的对称性，可得，

则，所以B正确；

对于C中，由，则第60百分位数为由小到大排列的第5个数9，所以C错误；

对于D中，由样本数据，，…，的平均数为4，可得，

则，，…，的平均数为：

，所以 D正确.

故选BD.

10．【答案】ABD

【详解】由，

因为函数的最小正周期为，所以，所以，

所以，

对于A中，当时，可得，

由正弦函数的性质，可得在上单调递减，所以A正确；

对于B中，当时，可得，

由正弦函数的性质，可得在上只有1个极值点，

由，解得，即为函数在上的唯一极值点，所以B正确；

对于C中，当时，，，

所以直线不是曲线的对称轴，所以C错误；

对于D中，由，得，

则或，可得或，

所以曲线在点处的切线的斜率，

所以切线方程为，即，所以D正确.

故选ABD.

11．【答案】ACD

【详解】因为点在抛物线上，

可得，解得，所以，

对于A中，抛物线的焦点为，准线方程为，

设抛物线上一点到焦点的距离为5，

则，所以，所以A正确；

对于B中，设，，不妨设点在轴上方，

由，可得，

由已知直线的斜率必不为0，故可设直线，

联立方程，整理得，

则满足，解得，所以，

所以，所以B错误；

对于C中，设，则，

整理得，所以点的轨迹为以为圆心，3为半径的圆，

又抛物线的焦点为，准线方程为，

则，

当且仅当（两点在两点中间）四点共线时取等号，

所以的最小值为，所以C正确；

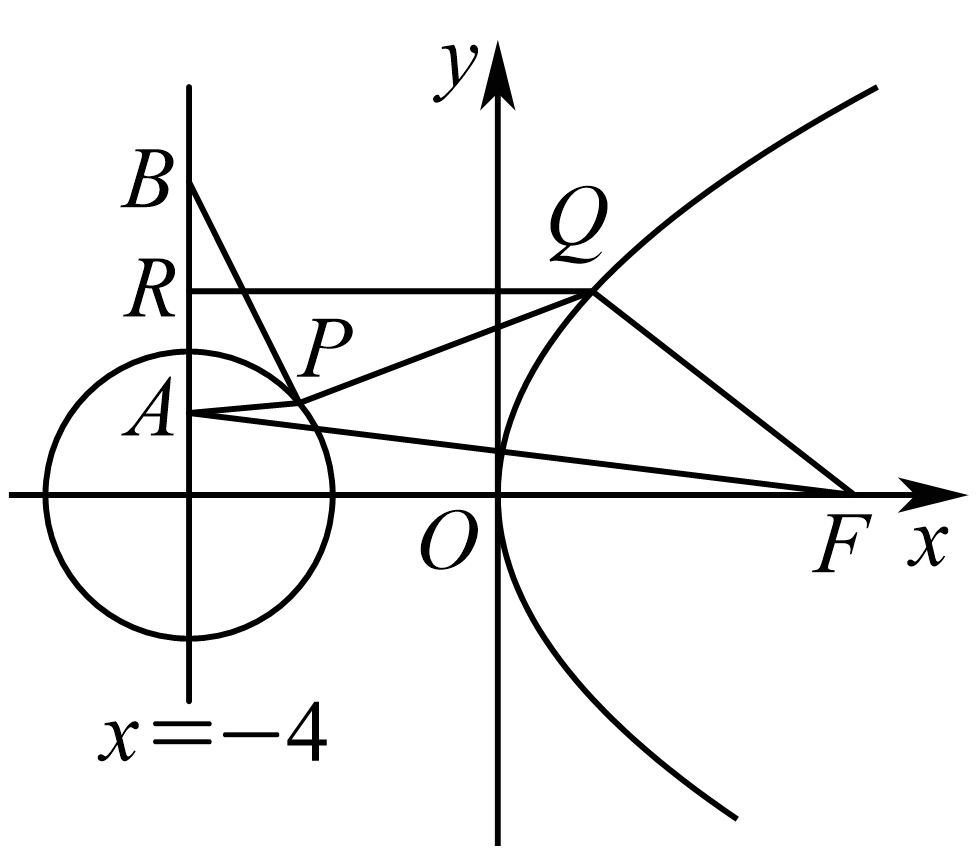
对于D中，设点，

由曲线是圆心为，半径为3的圆，切线长为，

可得，即，解得，可得，

再由抛物线定义可得点到的准线的距离为，所以D正确.

故选ACD.



12．【答案】

【详解】展开式的通项公式，

令，可得，则项的系数为，可得.

13．【答案】/

【详解】由，

因为，所以，即，

由正弦定理，可得，

又因为，所以，

因为，则，所以，解得.

14．【答案】

【详解】如图1所示，取的中点，连接，则，

在正方体中，底面，所以底面，

所以为与底面所成的角，

因为，所以，

设正方体的棱长为，

因为正方体的外接球的体积为，所以，解得，

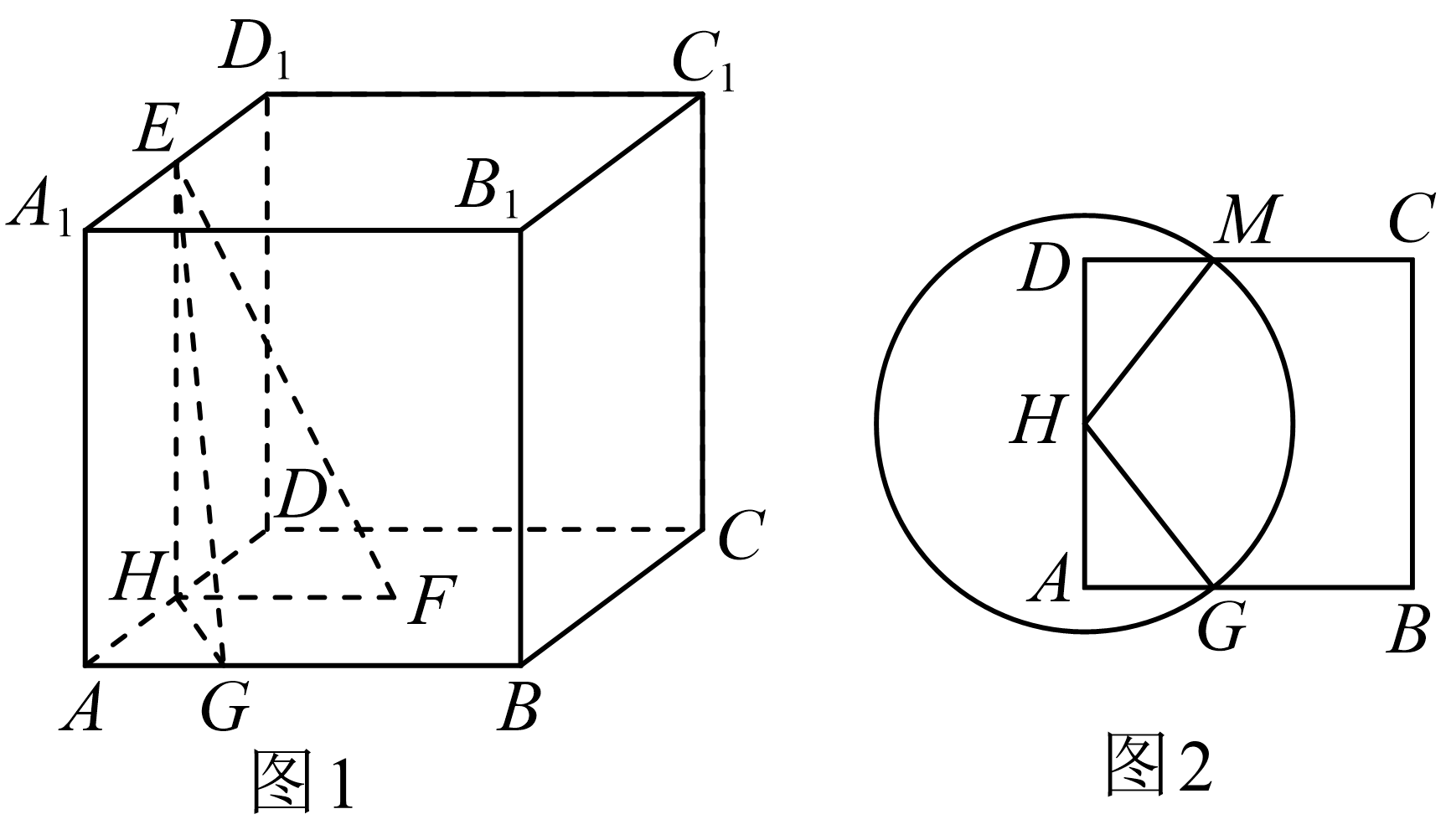
所以，可得，

所以点的轨迹为以为圆心，为半径的圆在正方形区域内的部分，

如图2所示，，所以，则，

根据对称性，可得，所以，

故动点的轨迹长度为.



15．【答案】(1)

(2)

【详解】（1）设等差数列的首项为，

因为，，成等比数列，所以，

又因为公差，所以，解得，

故.

对于数列，当时，，解得.

当时，由，可得，

两式相减，可得，即，

因为，所以，可得，

所以数列是以2为首项，为公比的等比数列，所以.

（2）由（1）知，，

可得，

所以

则，

两式相减，可得

，

所以.

16．【答案】(1)列联表见解析，有

(2)分布列见解析，数学期望为，方差为

【详解】（1）解：由题意，可得列联表如下：

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 不太了解 | 比较了解 | 合计 |
| 男性 | 90 | 260 | 350 |
| 女性 | 110 | 140 | 250 |
| 合计 | 200 | 400 | 600 |

依题意，，

故有的把握认为市民对“两马运动”健康知识了解程度与性别有关系.

（2）解：由题意，抽查结果为“比较了解”的概率为，

随机变量的所有可能取值为，且，

可得，，

，，

，

可得随机变量的分布列为：

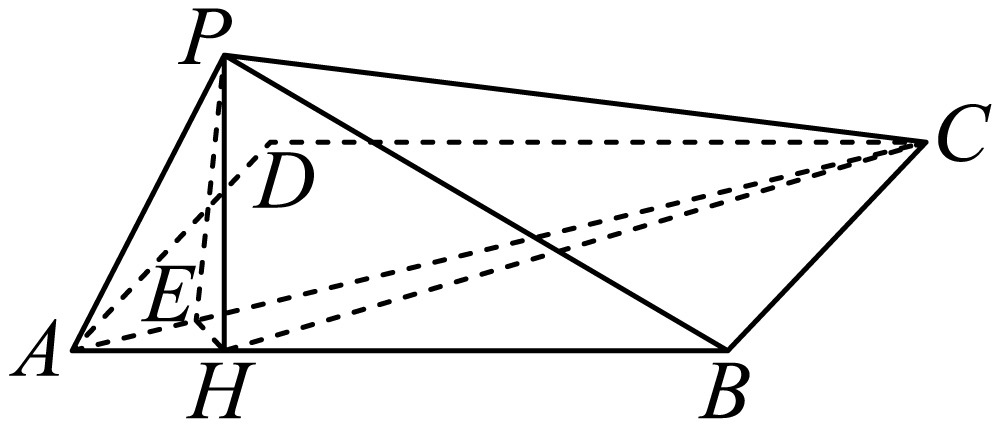
|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|  |  |  |  |  |  |

所以，.

17．【答案】(1)

(2)存在，

【详解】（1）作，垂足为，连接，如图所示.



由点在平面的射影落在边上，可得平面，

又平面，所以，因为，且，平面，

所以平面，又平面，所以.

因为四边形为矩形，所以，可得，

由，，可得，，.

所以，.

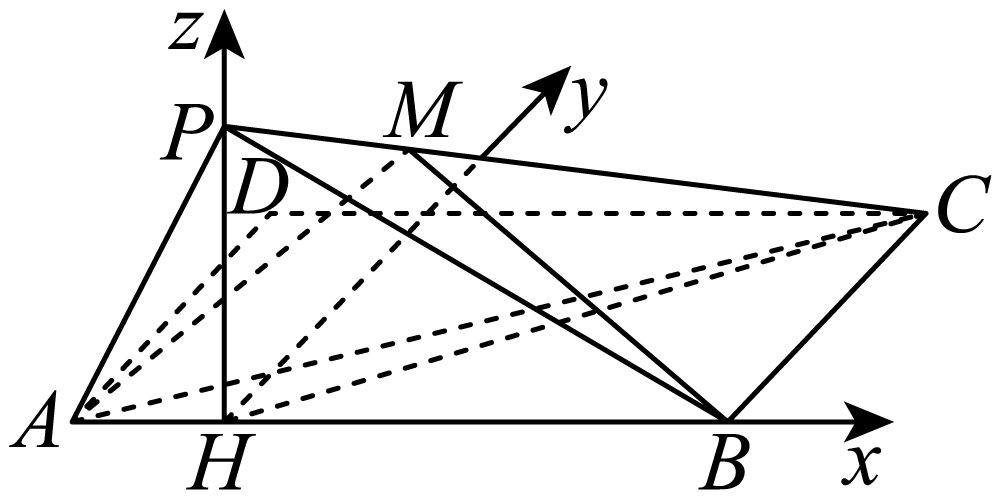
由，可得，即，

则.

在中，.

所以.

（2）根据题意，以点为坐标原点，以过点且平行于的直线为轴，分别以，所在直线为，轴建立空间直角坐标系，如图所示.



则，，，.

设，，

可得，

所以.

易知，，，.

设平面的一个法向量为，

所以，

解得，取，则，即，

设平面的一个法向量为，

所以，解得，

取，则，即，

因为平面与平面的夹角正切值为，所以平面与平面的夹角的余弦值为，

因此可得，整理可得，解得（舍去）或.

因此当时，平面与平面的夹角的正切值为，此时点到平面的距离为.

18．【答案】(1)

(2)或，其中.

(3)存在，3

【详解】（1）解：由题意，可得点在椭圆上，且椭圆的离心率，

所以，解得，所以椭圆的方程为.

（2）解：设点，因为点在椭圆上，所以，即.

同理，设点，则，且，

又因为直线过原点，所以关于原点对称，所以点，

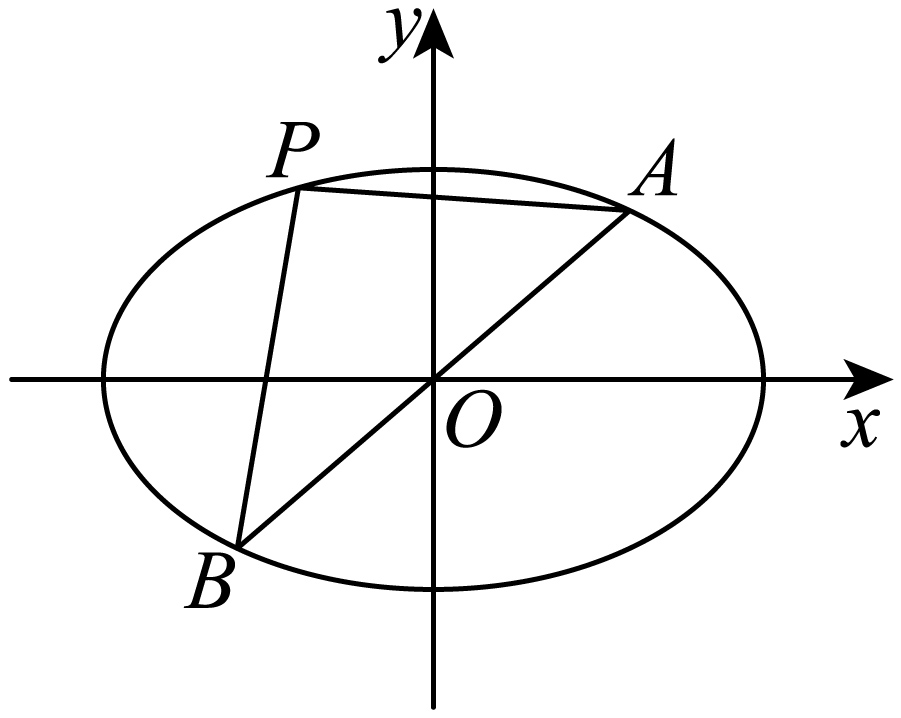
所以，可得，

联立方程组，整理得，

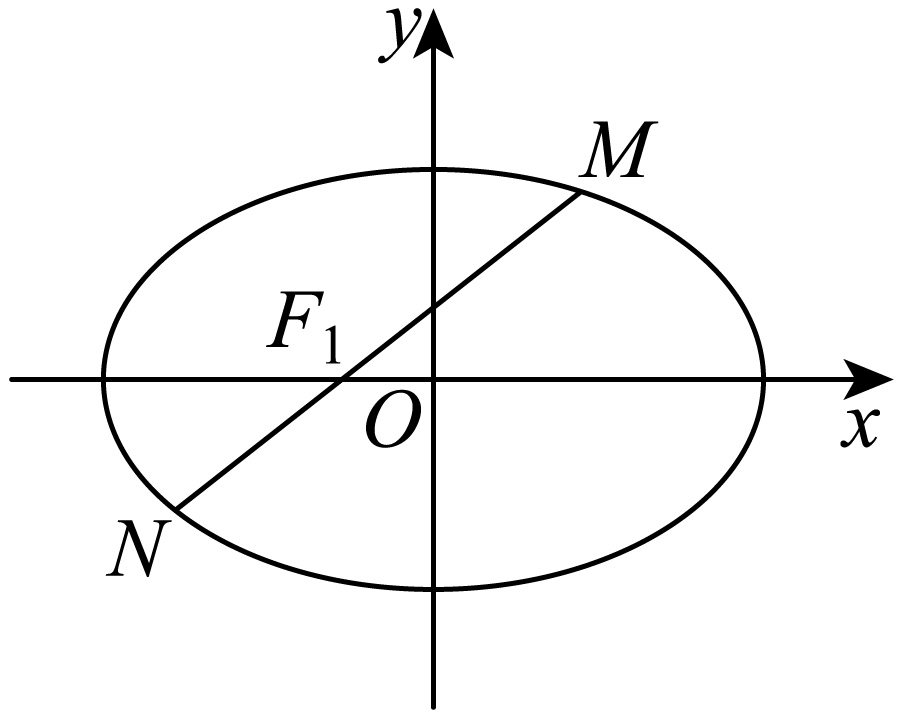
解得或，

用代替上述坐标中的，

可得或，其中.



（3）解：由（1）知，左焦点，



当直线斜率为零时，不妨设，，

则，，可得，，

存在，使成立；

当直线的斜率不为零时，设直线方程为，且，，

联立方程组，整理得，

可得，所以，，

则，

，

因为，，

所以，所以，

又因为，

所以当时，最小，最小值为3，

综上，存在，使恒成立，此时的最小值为3.

19．【答案】(1)答案见解析

(2)不是，理由见解析

(3)

【详解】（1）因为的图象向左平移一个单位长度得到的图象，函数，

所以，

所以，，

令，则，

若，则，从而，所以即在上单调递增.

若，则当时，，所以即单调递减；

当时，，所以即单调递增.

综上所述，若，则在上单调递增，

若，则在上单调递减，在上单调递增.

（2）若，，

对，即，

而当，时，

，，

即，不满足题意.

所以不是的“魅力数组”.

（3）都是的“魅力数组”，

对任意，，都有，则恒成立或恒成立，

即恒成立或恒成立，

设，

则，即是的最大值或最小值.

，且.

设，则

则当时，在上为负，在上为正.

所以在上单调递减，在上单调递增；

若，当时，，当时，，

即存在，使在上为正，在上为负，在上为正，

所以在上单调递增，在上单调递减，在上单调递增，又当时，，当时，，则的值域为，

若，，在上单调递增，

又当时，，当时，，则的值域为，

所以当时，的值域为，无最大值或最小值，不符合题意.

当时，，所以在上单调递增，

又，则在上为负，在上为正，

所以在上单调递减，在上单调递增，

则是的最小值，满足.

此时对任意，，都有.

的取值范围是.