江西省2024—2025学年第一学期期末考试

高三数学试卷

试卷共4页,19小题,满分150分。考试用时120分钟。

注意事项:

1.答卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号等填写在答题卡指定位置上。

2.回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3.考生必须保持答题卡的整洁。考试结束后,请将答题卡交回。

一、选择题:本题共8小题,每小题5分,共40分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1.已知集合$A=\{x|x^2=x\}$,$B=\{x\in\mathbf{N}^*|x-2\leqslant 0\}$,则$A\cup B=$

A.$\{1\}$　　B.$\{0,1\}$　　C.$\{1,2\}$　　D.$\{0,1,2\}$

2.某地区积极响应国家政策,在全面推动经济发展后,居民收入有着明显的提升.已知该地区居民目前的人均收入X(单位:元)服从正态分布$(\mu,250\ 000)$,若$P(X\leqslant 1\ 500)=P(X\geqslant 2\ 500)$,则$P(1\ 000<X<2\ 500)=$

参考数据:$P(\mu-\sigma<X<\mu+\sigma)=0.682\ 7$,$P(\mu-2\sigma<X<\mu+2\sigma)=0.954\ 5$,$P(\mu-3\sigma<X<\mu+3\sigma)=0.997\ 3$.

A.0.84　　B.0.818 6　　C.0.975 9　　D.0.828 6

3.已知$\lambda\in\mathbf{R}$,圆$C_1:(x-\lambda)^2+(y-1)^2=25$,圆$C_2:x^2+y^2-4y=0$,则“$C_1$与$C_2$有且仅有两条公切线”是“$2\sqrt{2}<\lambda<4\sqrt{3}$”的

A.充分不必要条件　　B.必要不充分条件

C.充要条件　　D.既不充分也不必要条件

4.若函数$f(x)=x(e^x-a)$在区间$(1,2)$上单调递增,则a的取值范围是

A.$(-\infty,2e)$　　B.$(-\infty,3e^2)$

C.$(-\infty,2e]$　　D.$(-\infty,3e^2]$

5.小明、小红等5人报名学校的三类选修课(球类、武术类、田径类),规定每个人只能报其中的一类选修课,且每类选修课至少一人报名,则小明和小红不报同一类选修课的情况有

A.132种　　B.114种　　C.96种　　D.84种

6. 已知$\triangle ABC$是边长为2的正三角形,点D满足$AD=2$,$\angle BDC=\frac{\pi}{6}$,则$\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{BC}$的最大值为

A. 4　　B. $4\sqrt{3}$　　C. 2　　D. $2\sqrt{3}$

7. 已知椭圆$C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左、右焦点分别为$F_1,F_2$,圆$O:x^2+y^2=a^2-b^2$与$C$在第一象限交于点$A$,直线$AF_2$与$C$的另一个交点为$B$,若$\frac{|AF_1|}{|BF_2|}=4$,则直线$AF_1$的斜率为

A. 2　　B. $\frac{1}{2}$　　C. -2　　D. $-\frac{1}{2}$

8. 若四面体$ABCD$的体积为4,过该四面体的每一个顶点作与另外三个顶点所在平面平行的平面,四个平面围成一个新的四面体,则新四面体的体积为

A. 12　　B. 36　　C. 54　　D. 108

二、选择题:本题共3小题,每小题6分,共18分. 在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求. 全部选对的得6分,部分选对的得部分分,有选错的得0分.

9. 近些年食品安全问题日益突出,为了达到宣传食品安全防范意识的目的,某市组织全市中学生食品安全知识竞赛活动. 某高中采用分层抽样的方式从该校的高一、二、三年级中抽取10名同学作为代表队参赛,已知该校高一、二、三年级的人数比例为4∶3∶3,统计并记录抽取到的10名同学的成绩(满分100分)为:90,85,86,88,70,90,95,92,94,100,则

A. 这组数据的极差为30　　B. 这组数据的70%分位数为92

C. 这组数据的方差为58　　D. 代表队中高三的同学有4人

10. 已知抛物线$C:y^2=-2px(p>0)$的焦点为$F(-2,0)$,$A(x_1,y_1)$,$B(x_2,y_2)$是C上不同的两点,则

A. C的方程为$y^2=-4x$　　B. 点F到C的准线距离为4

C. $|AF|+|BF|$的最小值为4　　D. 若A,B,F共线,则x_1+x_2的最大值为-4

11. 已知函数$f(x)$满足对任意$x_1,x_2\in\mathbf{R}$,都有$f(x_1)=f(x_1-x_2)+f(x_2)+x_1x_2(x_1-x_2)$,且$f(2)=6$,则

A. $f(1)=2$　　B. $f(x)$是奇函数

C. $f(4x)=f(x)+16x^3$　　D. $\sum_{i=1}^{n}(f(i+1)-f(i))=2n+\frac{n(n+1)(n+2)}{3}$

三、填空题:本题共3小题,每小题5分,共15分.

12. 若复数$z=\frac{1+i}{1-i}$,则$|2\cdot z^{2023}+z^{2024}|=$________.

13. 函数$f(x)=\sin x-3|\sin x|$在$\left[\frac{\pi}{2},\alpha\right]$上的值域是$[-2,0]$,则$\alpha$的取值范围是________.

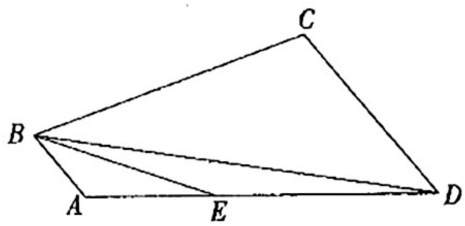
14. 现在共有5个从左至右依次排开的洞,一只狐狸每天从中选择一个洞住,且相邻两天它会住在相邻的洞里,猎人每天可以去查看一个洞,则至少需要________天可以确保抓住狐狸.

四、解答题:本题共 5 小题,共 77 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15. (13 分)如图,在平面四边形 $ABCD$ 中,$AB=2$,$BC=6$,$CD=2\sqrt{6}$,$DA=8$,$A=\frac{2\pi}{3}$,点 E 在 AD 上,且 $BE=\sqrt{19}$.

(1)求 AE;

(2)求△BCD 的面积.



16. (15 分)已知函数 $f(x)=\ln x+axe^{x-1}+x+1$.

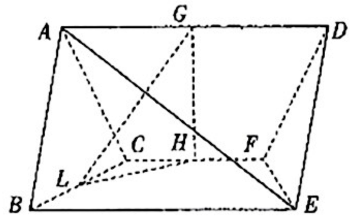
(1)若 $a=0$,过原点的直线 l 与 $f(x)$ 的图象相切,求 l 的方程;

(2)若 $a=-\frac{1}{e^3}$,求 $f(x)$ 的最大值.

17. (15 分)如图,在几何体 $ABC-DEF$ 中,AD,BE,CF 互相平行,四边形 $ADFC$ 与四边形 $BEFC$ 是全等的等腰梯形,平面 $ADFC\perp$ 平面 $BEFC$,$AD=4$,$CF=AC=2$,点 G,H,L 分别为 AD,CF,BC 的中点.

(1)证明:平面 $GHL\perp$ 平面 DEF;

(2)求直线 AE 与平面 ABC 所成角的正弦值.



18. (17 分)已知双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-y^2=1(a>0)$ 的离心率为$\frac{\sqrt{5}}{2}$,C 与 x 轴的正、负半轴分别交于 M_1,M_2 两点,过点 $A(2a,0)$ 的直线 l 与 C 的右支交于 P,Q 两点.

(1)若直线 l 的斜率存在,求出 l 斜率的取值范围;

(2)探究:$\frac{k_{M_2P}}{k_{M_1Q}}$是否为定值,若是,求出该定值;若不是,请说明理由(其中 k_{M_1Q},k_{M_2P}分别表示直线 M_1Q,M_2P 的斜率);

(3)若直线 M_2P,M_1Q 交于点 R,且 $S_{\triangle RPQ}\geqslant\lambda S_{\triangle RM_1M_2}$,求实数 λ 的取值范围.

19. (17 分)定义:若正项数列$\{a_n\}$满足 $\ln a_{n+1}>\frac{\ln a_n+\ln a_{n+2}}{2}$,则称数列$\{a_n\}$具有性质 A.

(1)已知 $a_n=2n-1$,证明:数列$\{a_n\}$具有性质 A;

(2)已知正项数列$\{c_n\}$的前 n 项和为 S_n,且满足$\frac{c_1}{c_2}<1$,对任意不相等的正整数 k_1,k_2,k_3,存在唯一实数 λ,使得$\frac{k_1-k_2}{k_3}\cdot S_{k_3}+\frac{k_2-k_3}{k_1}\cdot S_{k_1}+\frac{k_3-k_1}{k_2}\cdot S_{k_2}=\lambda$.

(i)求数列$\{S_n\}$的通项公式;

(ii)数列$\{S_n\}$是否具有性质 A,若是,请给出证明;若不是,请说明理由.