**专题5：韦达定理的灵活运用**

**【复习目标】**

**1.** 韦达定理反应了方程根与系数的关系，在平面解析几何中凡是与方程的根有关的问题，大多数可用韦达定理来解决，如解决交点坐标、定值、轨迹方程等．利用韦达定理可以实现设而不求、整体换元，从而简化运算．

**2.** 培养数学运算、逻辑推理、直观想象等学科素养，以及分析问题、解决问题的能力．

**【基础训练】**

**1.** 过椭圆内一点引一条弦，使弦被点平分，则这条弦所在的直线方程为 ．

**2.** 已知点，动点到、两点的距离之差的绝对值为2，点的轨迹与直线交于、两点，求线段的长．

**3.** (单选)在平面直角坐标系*xOy*中，椭圆上一点，点*B*是椭圆上任意一点（异于点*A*），过点*B*作与直线*OA*平行的直线交椭圆于点*C*，当直线*AB*、*AC*斜率都存在时，( ).

A．1 B．2 C．3 D．4

**4.** (多选)已知抛物线，焦点为，过焦点的直线抛物线相交于，两点，则下列说法一定正确的是( ).

A．的最小值为2 B．线段为直径的圆与直线相切

C．为定值 D．若，则



**5.** 如图，*P*为椭圆上的一动点，过点*P*作椭圆的两条切线、，斜率分别为、，若为定值，则\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

**【例题精讲】**

**例1** 已知椭圆过点，长轴的长为4.

(1) 求椭圆的方程；

(2) 过左焦点，作互相垂直的直线，直线与椭圆交于两点，直线与圆交于两点，为的中点，求面积的最大值.

**例2** 已知双曲线的左、右焦点分别为，的一条渐近线方程为，过且与轴垂直的直线与交于两点，且的周长为16.

(1) 求的方程；

(2) 过作直线与交于两点，若，求直线的斜率．

**例3** 已知双曲线的左､右顶点分别是，直线与交于两点（不与重合），设直线的斜率分别为，且.

(1) 判断直线是否过轴上的定点.若过，求出该定点；若不过，请说明理由.

(2) 若分别在第一和第四象限内，证明：直线与的交点在定直线上.

**例4** 己知抛物线，过点作两条互相垂直的直线和，交抛物线于两点，交抛物线于两点，当点的横坐标为1时，抛物线在点处的切线斜率为.

(1) 求抛物线的标准方程；

(2) 已知为坐标原点，线段的中点为，线段的中点为，求证：直线过定点.

**【课后作业】**

**1.** 斜率为1的直线经过抛物线的焦点，与抛物线相交于两点，则\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

**2.** (单选)已知直线与抛物线交于点、，且以为直径的圆与轴相切，则( ).

A． B． C． D．

**3.** (单选)已知直线与椭圆：相交于，两点，为坐标原点.当的面积取得最大值时，( ).

A． B． C． D．

**4.** (单选)已知点，动点满足：..，直线与点的轨迹交于，两点，则直线，的斜率之积( ).

A． B． C． D．不确定

**5.** (多选)如图，已知椭圆：，过抛物线：焦点的直线交抛物线于，两点，连接，并延长分别交于，两点，连接，与的面积分别记为，，则在下列命题中，正确的为( ).

A．若记直线，的斜率分别为，，则的大小是定值为

B．的面积是定值2

C．线段，长度的平方和是定值5

D．设，则

**6.** 过抛物线的焦点作斜率为的直线，与该抛物线交于，两点，，在轴上的射影分别为，，若梯形的面积为，则 .

**7.** 在平面直角坐标系中，已知椭圆：的左右焦点分别为，，点*P*为椭圆上的动点，的面积的最大值为，以原点为圆心，椭圆短半轴长为半径的圆与直线相切.

(1) 求椭圆*C*的方程；

(2) 若直线过定点且与椭圆交于不同的两点*A*，*B*，点*M*是椭圆的右顶点，直线*AM*，*BM*分别与*y*轴交于*P*，*Q*两点，试问：以线段*PQ*为直径的圆是否过*x*轴上的定点?若是，求出定点坐标；若不是，说明理由.

**8.** 在平面直角坐标系中，抛物线，点，，为上的两点，在第一象限，满足.

(1) 求证：直线过定点，并求定点坐标；

(2) 设为上的动点，求的取值范围；

(3) 记的面积为，的面积为，求的最小值.

**9.** 椭圆短轴左、右两个端点分别为，直线与轴，轴分别交于点，与椭圆交于两点.

(1) 若，求直线的方程；

(2) 设直线，的斜率分别为，若，求的值.

**10.** 与椭圆（，且）相关的两条直线称为椭圆的准线，拥有丰富的几何性质. 已知直线是位于椭圆右侧的一条准线，椭圆上的点到的距离的最大值为，最小值为.

(1) 求椭圆的标准方程及直线的方程；

(2) 设椭圆的左右两个顶点分别为，，为直线上的动点，且不在轴上，与的另一个交点为，与的另一个交点为，为椭圆的左焦点，求证：的周长为定值.