**专题4：三角形的中线、角平分线、高线问题**

**【复习目标】**

1.掌握解三角形中的中线、角平分线及高线等模型的解题方法,培养直观想象、逻辑推理和数学运算的核心素养.

2.了解与中线、内角平分线及高线等有关的结论，并注意在解题中恰当运用.

备注：（1）中线长定理：在中，为中点，则.(2)内角平分线定理： 在中，是的平分线，则．(3)分别为边上的高，则.

**【基础训练】**

1.(单选题）在$△ABC$中，$∠ACB$的平分线与对边$AB$交于点$D$，若$△CAD$的面积为$△CBD$的2倍，且$CD=2,∠ACB=120^{°}$，则$BC=$（    ）

A．3 B．4 C．6 D．8

**变式：**(单选题）在△$ABC$中，点*D*在$BC$边上，$AD$平分$∠BAC$，$∠BAC=120°$，$AB=2\sqrt{3}$，$AD=\frac{2\sqrt{3}}{3}$，则$AC=$（    ）

A．2 B．$\sqrt{3}$ C．3 D．$2\sqrt{3}$

2.(单选题）已知$△ABC$的内角$A,B,C$的对边分别为$a,b,c$，且$a=\sqrt{3},BC$边上中线$AD$长为1，则$bc$最大值为（    ）

A．$\frac{7}{4}$ B．$\frac{7}{2}$ C．$\sqrt{3}$ D．$2\sqrt{3}$

**变式：**(单选题）在$△ABC$中，$a、b、c$分别为$△ABC$的内角$A、B、C$的对边，$M$为边$AC$上一点，满足$\vec{MC}=3\vec{AM}$，若$a^{2}+c^{2}-b^{2}+ac=0$，$c=2$，$a=4$，则$\left|\vec{BM}\right|=$（    ）

1. $\frac{\sqrt{7}}{2}$ B．$\frac{\sqrt{3}}{7}$ C．$\frac{3}{7}$ D．$\frac{\sqrt{39}}{2}$

**3.**在$△ABC$中，内角$A$，$B$，$C$所对的边分别为$a$，$b$，$c$，$C=\frac{π}{3}$且$a+b=7$，$△ABC$的外接圆半径为$\frac{4\sqrt{3}}{3}$.

(1)求$△ABC$的面积；

(2)求$△ABC$边$AB$上的高$h$.

**变式：**已知△*ABC*的内角*A*，*B*，*C*所对的边分别为*a*，*b*，*c*，*BC*边上

的中线长为2，高线长为，且*b*tan*A*＝(2*c*－*b*)tan *B*，则*bc*的值为\_\_\_\_\_\_\_\_．

1. 已知在中，角的对边分别为.若为的重心，则的最小值为 .

**变式：**（单选题）记的内角的对边分别是，已知，则线段长度的最小值为（    ）

A．2 B． C．3 D．

**【典型例题】**

1. 在△*ABC*中，内角*A*，*B*，*C*的对边分别为*a*，*b*，*c*，*D*是线段*BC*的中点，，*c*＝2，，则 .

**变式：**在△*ABC*中，若角*A*，*B*，*C*所对的边分别为*a*，*b*，*c*，∠*ABC*＝120°，∠*ABC*的平分线交*AC*于点*D*，且*BD*＝1，则4*a*＋*c*的最小值为\_\_\_\_\_\_\_\_．

**例2 .**在三角形*ABC*中，*D*为*BC*边上一点，且，，则的最大值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

**变式：**在△*ABC*中，AB＝10，AC＝15，∠A的平分线与边BC的交点为D，点E为边BC的中点，若＝90，则的值是 ．

**例3**已知*D*是边上一点，且，，，则的最大值为 ．

**变式：**已知点*G*是△*ABC*的重心，且*GA*⊥*GC*，若，则tan*B*的值为 ．

**例4.**已知的内角的对边分别为$a,b,c$，向量，，且．



(1)求角；

(2)如图，的平分线交于，，求的取值范围．

**【课后作业】**

1.（单选题）的内角，，的对边分别为，，，的面积为，且，，则*AB*边上的中线长为（    ）

A． B． C． D．

2.在△ABC中，∠A＝，D是BC的中点．若AD≤BC，则sinBsinC的最大值为 ．

3.（单选题）设的内角的对边分别为，且，若角的内角平分线，则的最小值为（ ）

A． B． C． D．8

4.在△*ABC*中，已知角*A*，*B*，*C*所对的边分别为*a*，*b*，*c*，且*a*2＋*c*2＝*b*2－*ac*，若∠*BAC*的平分线*AD*交*BC*边于点*D*，*AD*＝2，*BD*＝1，则cos *C*＝\_\_\_\_\_\_\_\_.

5.已知中,分别为边的中线且,则的最小值为 .

6.（多选题）的内角的对边分别为，且，若边的中线，则下列结论正确的有（    ）

A． B．

C． D．的面积为

7.在△*ABC*中，内角*A*，*B*，*C*的对边分别为*a*，*b*，*c*，，，且*AD*为*BC*边上的中线，则\_\_\_\_\_\_\_\_．

8.已知点*G*为的重心，点*D*，*E*，*F*分别为，，的中点.若，，则\_\_\_\_\_\_\_\_.

9.设$△ABC$的内角*A*，*B*，*C*所对的边分别为*a*，*b*，*c*，且有$2bcos\left(A-\frac{π}{3}\right)=a+c$，

(1)求角*B*：

(2)若*AC*边上的高$h=\frac{\sqrt{3}}{4}b$，求$cosAcosC$.

10.已知锐角$△ABC$中，角$A$，$B$，$C$所对的边分别为$a$，$b$，$c$，其中$a=8$，$\frac{a}{c}=1+\frac{sin^{2}A-sin^{2}C}{sin^{2}B}$，且$a\ne c$．

(1)求证：$B=2C$；

(2)已知点$M$在线段$AC$上，且$∠ABM=∠CBM$，求$BM$的取值范围．