**周练5**

1. 单选题：本题共**8**小题，每小题**5**分，共**40**分。在每小题给出的选项中，只有一项是符合题目要求的。

1.设$x,y$是实数，已知三点$A(1,5,−2)$，$B(2,4,1)$，$C(x,3,y+2)$在同一条直线上，那么$x+y=$(     )

A. $2$ B. $3$ C. $4$ D. $5$

2.已知双曲线$\frac{x^{2}}{m}−y^{2}=1\left(m>0\right)$的焦距为$6$，则该双曲线的渐近线方程为(     )

A. $y=\pm \frac{\sqrt[ ]{2}}{2}x$ B. $y=\pm \frac{\sqrt[ ]{2}}{4}x$ C. $y=\pm \frac{\sqrt[ ]{3}}{3}x$ D. $y=\pm \frac{\sqrt[ ]{35}}{35}x$

3.若$f(x)=−\frac{1}{2}x^{2}+bln(x+2)在(−1,+\infty )$上是减函数，则$b$的取值范围是(     )

A. $[−1,+\infty )$ B. $(−1,+\infty )$ C. $(−\infty ,−1]$ D. $(−\infty ,−1)$

4.关于空间向量，以下说法不正确的是(     )

A. 若两个不同平面$α$，$β$的法向量分别是$\vec{u},\vec{ν}$，且$\vec{n}=\left(1,2,−2\right),\vec{ν}=\left(2,1,2\right)$，则$α⊥β$
B. 若直线$l$的方向向量为$\vec{e}=\left(1,0,3\right)$，平面$α$的法向量为$\vec{n}=\left(−2,0,\frac{2}{3}\right)$，则直线$l//α$
C. 若对空间中任意一点$O$，有$\vec{OP}=\frac{1}{4}\vec{OA}+\frac{1}{4}\vec{OB}+\frac{1}{2}\vec{OC}$，则$P$，$A$，$B$，$C$四点共面
D. 两个非零向量与任何一个向量都不能构成空间的一个基底，则这两个向量共线

5.已知空间向量$\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=0$，$|\vec{a}|=2$，$|\vec{b}|=3$，$|\vec{c}|=4$，则$cos ⟨\vec{a},\vec{b}⟩=$(     )

A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $−\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{4}$

6.已知数列$\{a\_{n}\}$满足$a\_{n+1}=\frac{a\_{n}}{2a\_{n}+1}$，$a\_{1}=1$，数列$\{b\_{n}\}$满足$b\_{1}=1$，$b\_{n}−b\_{n−1}=\frac{1}{a\_{n}}(n⩾2)$，则$b\_{8}=$(     )

A. $64$ B. $81$ C. $80$ D. $82$

7.设$a\in R$，若函数$y=e^{ax}+3x$，$x\in R$有大于零的极值点，则$($   $)$．

A. $a>−3$ B. $a<−3$ C. $a>−\frac{1}{3}$ D. $a<−\frac{1}{3}$

8.已知函数$f(x)$，若数列$a\_{n}= f(n)$，$n\in N^{∗}$为递增数列，则称函数$f(x)$为“数列保增函数”，已知函数$f(x)=−ln2x+λx$为“数列保增函数”，则$λ$的取值范围是(     )

A. $(ln\frac{3}{2},+\infty )$ B. $(ln2,+\infty )$ C. $[1,+\infty )$ D. $[\frac{1}{2},+\infty )$

二、多选题：本题共**3**小题，共**18**分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。

9.已知平行六面体$ABCD−A\_{1}B\_{1}C\_{1}D\_{1}$中，底面$ABCD$是正方形，$∠A\_{1}AB=∠A\_{1}AD=120^{∘}$，$AB=1$，$AA\_{1}=2$，$\vec{AC\_{1}}=x\vec{AB}+y\vec{AD}+z\vec{AA\_{1}}$，则(     )

A. $x+y+z=3$ B. $\vec{BD}⋅\vec{AC\_{1}}=0$
C. $CC\_{1}$与平面$ABCD$所成角为$60^{∘}$ D. $\left|\vec{AC\_{1}}\right|=\sqrt[ ]{2}$

10. 设等比数列$\left\{a\_{n}\right\}$的前$n$项和为$S\_{n}$，若$8a\_{2}+a\_{5}=0$，则下列式子中数值为常数的是(     )

A. $\frac{a\_{5}}{a\_{3}}$ B. $\frac{S\_{5}}{S\_{3}}$ C. $\frac{a\_{n+1}}{a\_{n}}$ D. $\frac{S\_{n+1}}{S\_{n}}$

11.已知函数$f\left(x\right)=lnx$，$x\_{1}>x\_{2}>e$，则下列结论正确的是(     )

A. $\left(x\_{1}−x\_{2}\right)\left[f\left(x\_{1}\right)−f\left(x\_{2}\right)\right]<0$ B. $\frac{1}{2}\left[f\left(x\_{1}\right)+f\left(x\_{2}\right)\right]<f\left(\frac{x\_{1}+x\_{2}}{2}\right)$
C. $x\_{1}f\left(x\_{2}\right)−x\_{2}f\left(x\_{1}\right)>0$ D. $e\left(f\left(x\_{1}\right)−f\left(x\_{2}\right)\right)<x\_{1}−x\_{2}$

三、填空题：本题共**3**小题，每小题**5**分，共**15**分。

12.抛物线$x^{2}=4y$上一动点$P$到直线$y=x−3$的最短距离为           ．

13.正方体中，为中点，为中点，则异面直线与所成角的余弦值为           ．

14.设函数$f\left(x\right)=\left\{\begin{matrix}\left|lnx\right|,0<x\leq e\\2−lnx,x>e\end{matrix}\right.$，若$f\left(x\_{1}\right)=f\left(x\_{2}\right)=f\left(x\_{3}\right)$且$x\_{1}<x\_{2}<x\_{3}$，则$\frac{1}{x\_{1}}+\frac{1}{x\_{2}}+x\_{3}$的取值范围是           ．

四、解答题：本题共**5**小题，共**77**分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

15.$($本小题$13$分$)$

如图，在直四棱柱$ABCD−A\_{1}B\_{1}C\_{1}D\_{1}$中，四边形$ABCD$是矩形，$AC⊥DB\_{1},AA\_{1}=\sqrt[ ]{2}AB=2$，点$P$是棱$DD\_{1}$上的一点，且$DP=2PD\_{1}$．
$(1)$求证：四边形$ABCD$为正方形；
$(2)$求直线$AD\_{1}$与平面$PAC$所成角的正弦值．

16.$($本小题$15$分$)$

设抛物线$C$：$y^{2}=4x$的焦点为$F$，过$F$且斜率为$k(k>0)$的直线$l$与$C$交于$A$，$B$两点，$|AB|=8$．
$(1)$求$l$的方程；
$(2)$求过点$A$，$B$且与$C$的准线相切的圆的方程．

1. $($本小题$15$分$)$

已知数列$\{a\_{n}\}$的前$n$项和为$S\_{n}$，且$a\_{n}+S\_{n}=3n−1$．

$(1)$设$b\_{n}=3−a\_{n}$，求数列$\{b\_{n}\}$的通项公式$;$

$(2)$设$c\_{n}=(2n−1)b\_{n}$，求数列$\{c\_{n}\}$的前$n$项和$T\_{n}$．

18.$($本小题$17$分$)$

已知函数$f(x)=x^{2}−ax+12lnx(a\in R)$，曲线$f(x)$在点$(1,f(1))$处的切线$l$的斜率为$4$．

$(1)$求切线$l$的方程$;$

$(2)$若关于$x$的不等式$f(x)\leq x^{2}+bx$恒成立，求实数$b$的取值范围．

19.$($本小题$17$分$)$

已知函数$f\left(x\right)=ax^{2}−\left(a+2\right)x+lnx$，其中$a\in R$．

$(1)$当$a=−1$时，求$f\left(x\right)$的单调区间；

$(2)$求当$a>0$时，函数$y=f(x)$在区间$[1,e]$上的最小值$Q(a)$；

$(3)$若函数$g(x)=f(x)−ax^{2}$有两个不同的零点$x\_{1},x\_{2}$．

$①$求实数$a$的取值范围；

$②$证明：$x\_{1}x\_{2}>e^{2}$．