

**江苏省盐城中学高三数学二轮复习学案（27）**

**（专题五：动态立体几何问题）**

**命题时间：2022.4.23 命题人： 做题人： 审核人：**

**班级： 姓名： 学号： 得分：**

【知识网络】：1.截面问题

2.线面问题，面面问题的转化

3.角、长度、面积在三维几何中的计算

4.运动轨迹问题、与其他知识的综合运用

【自主学习】

1．已知长方体，平面平面，平面平面，则与的位置关系是( )

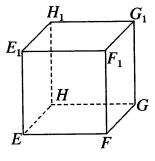
A．平行       B．相交       C．异面       D．不确定

2．若平面平面，直线，点，过点*M*的所有直线中( )

A．不一定存在与*a*平行的直线                       B．只有两条与*a*平行的直线

C．存在无数条与*a*平行的直线                       D．有且只有一条与*a*平行的直线

3．在正方体中，下列四对截面彼此平行的一对是( )



A．平面与平面          B．平面与平面

C．平面与平面           D．平面与平面

4．（1）直线与平面垂直的定义

|  |  |
| --- | --- |
| 定义 | 一般地，如果直线*l*与平面内的\_\_\_\_\_\_\_\_直线都垂直，我们就说直线*l*与平面互相垂直 |
| 记法 | \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ |
| 有关概念 | 直线*l*叫做平面的\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_，平面叫做直线*l*的\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_，直线与平面垂直时，它们唯一的公共点*P*叫做\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ |
| 画法 | 画直线与平面垂直时，通常把直线画成与表示平面的平行四边形的一边\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ |
| 图示 |  |
| 性质 | 过一点垂直于已知平面的直线有且只有一条 |
| 垂线段与点面距 | 过一点作垂直于已知平面的直线，则该点与\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_间的线段，叫做这个点到该平面的垂线段，垂线段的\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_叫做这个点到该平面的距离 |

（2）直线与平面垂直的判定定理

|  |  |
| --- | --- |
| 文字语言 | 如果一条直线与一个平面内的\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_垂直，那么该直线与此平面垂直 |
| 符号语言 | ，，，，\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ |
| 图形语言 |  |

5．直线与平面所成的角

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 有关概念 | | 对应图形 |
| 斜线 | 一条直线*l*与平面\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_，但不与这个平面\_\_\_\_\_\_\_\_\_，这条直线叫做这个平面的斜线 |  |
| 斜足 | 斜线和平面的\_\_\_\_\_\_\_\_做斜足 |
| 射影 | 过斜线上斜足以外的一点*P*向平面引\_\_\_\_\_\_\_\_，过垂足*O*和斜足*A*的直线叫做斜线在这个平面上的射影 |
| 直线与平面所成的角 | 定义：平面的一条斜线和它在平面上的\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_所成的角，叫做这条直线和这个平面所成的角规定：一条直线垂直于平面，我们说它们所成的角是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_；一条直线和平面平行，或在平面内，我们说它们所成的角是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．  直线与平面所成的角的取值范围是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ | |

6．判断正误．

（1）异面直线所成的角的大小与*O*点的位置有关．即*O*点位置不同时，这一角的大小也不同．( )

（2）异面直线*a*与*b*所成角可以是．( )

（3）如果两条平行直线中的一条与某一条直线垂直，那么另一条直线也与这条直线垂直．( )

**【互动探究】**

**一、截面问题**

**1.** 已知正四面体*ABCD*的棱长为，其外接球的球心为*O*．点*E*满足，，过点*E*作平面平行于*AC*和*BD*，平面分别与该正四面体的棱*BC*，*CD*，*AD*相交于点*M*，*G*，*H*

（1）求证：四边形*EMGH*的周长为定值

（2）当时，平面截球*O*所得截面的周长为 .

（3）求四棱锥的体积的最大值

**（4）（强）当时，将正四面体*ABCD*绕*EF*旋转90°后，求与原四面体的公共部分体积**

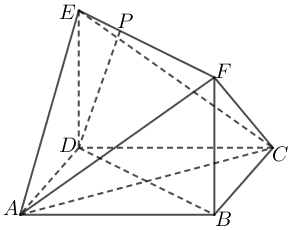
2.正方体的棱长为3，点*E*，*F*分别在棱上，且，，

求证：（1）异面直线与垂直；

（2）过点*B*，*E*，*F*的平面截正方体，截面为等腰梯形；

求三棱锥的体积

过点作平面，使得，求平面截正方体所得的截面面积



**3.** 如图，矩形*BDEF*所在平面与正方形*ABCD*所在平面互相垂直，

，，点*P*在线段*EF*上.给出下列命题：

求三棱锥的外接球被平面*ACF*所截得的截面面积

4. 已知正方体的棱长为1，是的中点，是棱上一点（不包括端点），则下列结论错误的是（       ）

A．三棱锥的体积为定值

B．存在点，使得直线与直线相交

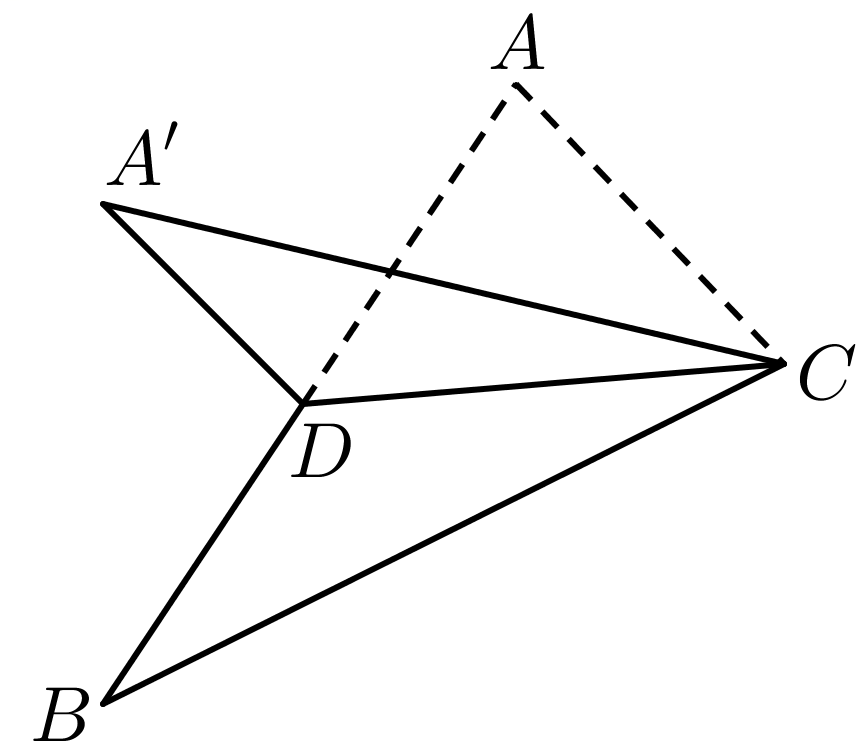
C．当是棱的中点时，直线与直线所成的角为

D．平面截正方体所得的截面是五边形

5. 在棱长为的正方体中，是线段上的点，过的平面与直线垂直，当在线段上运动时，求平面截正方体所得的截面面积的最小值

**二、空间角问题**

1.如图所示，已知，是的中点，沿直线将

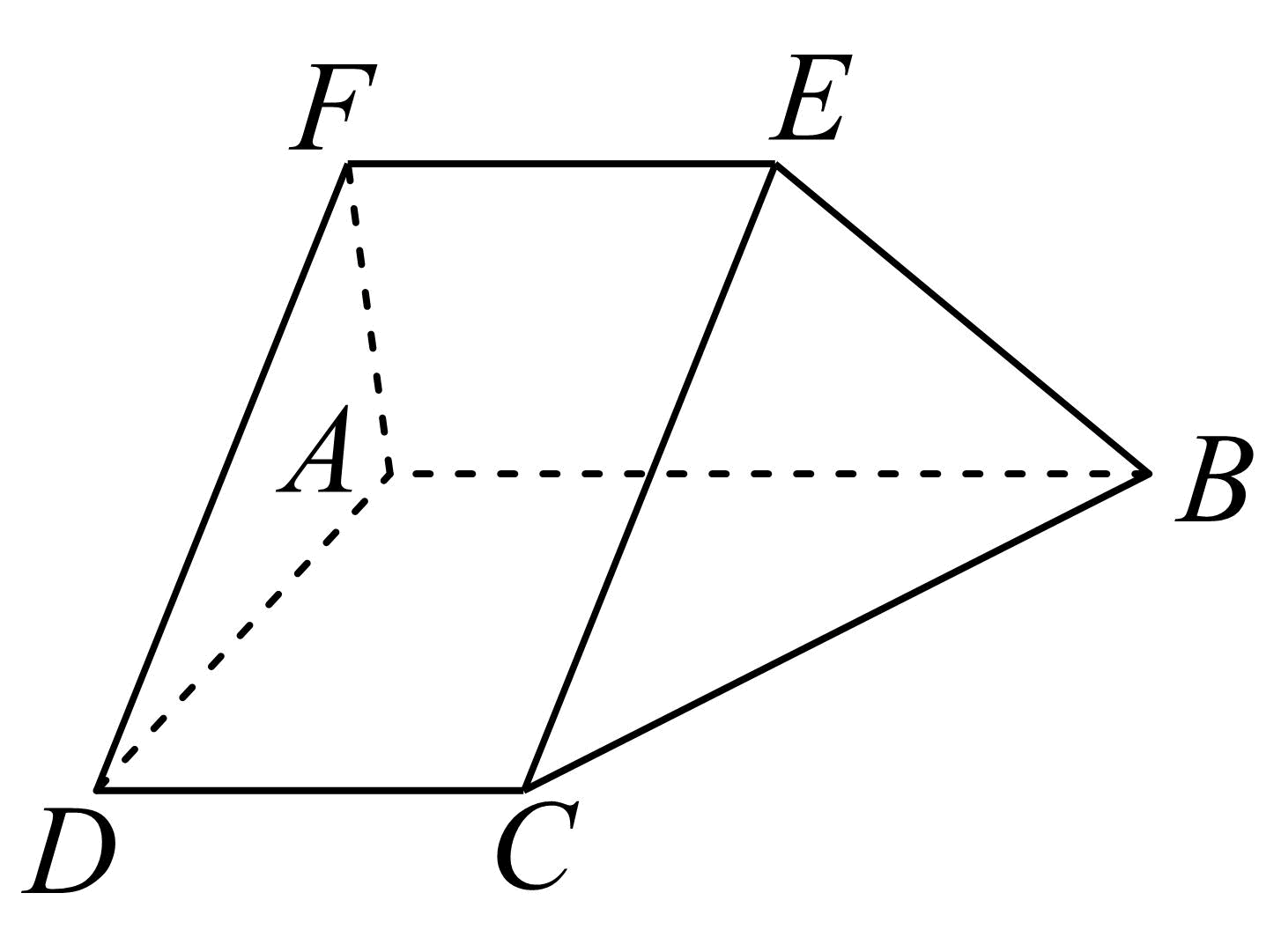


翻折成，设直线与面所成角为，二面角

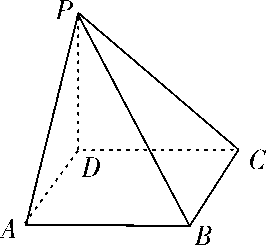
的平面角为，则（       ）

A． B． C． D．

2. 如图，在水平放置的直角梯形中，.以所在直线为轴，将向上旋转角得到，其中.若平面与平面的夹角余弦值不超过，求的范围.



3. 如图，四棱锥*P*-*ABCD*的底面为正方形，*PD*⊥底面*ABCD*．设平面*PAD*与平面*PBC*的交线为*l*．



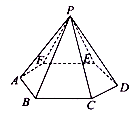
（1）证明：*l*⊥平面*PDC*；

（2）已知*PD*=*AD*=1，*Q*为*l*上的点，求*PB*与平面*QCD*所成角

的正弦值的最大值．

**三、立体几何视角下的角、长度、体积问题**

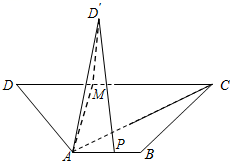
1.已知正六棱锥的所有顶点都在一个半径为的球面上，



则该正六棱锥体积的最大值为

A． B．

C． D．



**2.** 如图，在直角梯形*ABCD*中，*AB*∥*CD*，∠*ABC*＝90°，

*AB*＝1，*AC*＝*CD*＝*DA*＝2，动点*M*在边*DC*上（不同于*D*

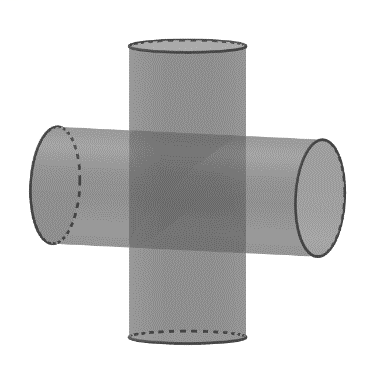
点），*P*为边*AB*上任意一点，沿*AM*将△*ADM*翻折成△*AD*'*M*，

当平面*AD*'*M*垂直于平面*ABC*时，线段*PD*'长度的最小值为\_\_\_\_\_．

**3、**在长方体中，底面是边长为4的正方形，侧棱，点是的中点，点是侧面内的动点(包括四条边上的点)，且满足，则四棱锥的体积的最大值是（       ）

A． B． C． D．

4.南北朝时期的伟大数学家祖暅在数学上有突出贡献，他在实践的基础



上提出祖暅原理：“幂势既同，则积不容异”.其含义是：夹在两个平行平

面之间的两个几何体，被任一平行于这两个平面的平面所截，如果两个

截面的面积总是相等，则这两个立体的体积相等.如图，两个半径均为

的圆柱体垂直相交，则其重叠部分体积为（       ）

A． B． C． D．

**5.** 已知三棱锥，其中平面，，，.已知点为棱（不含端点）上的动点，若光线从点出发，依次经过平面与平面反射后重新回到点，则光线经过路径长度的取值范围为（       ）

A． B． C． D．

**6.（多选）**在正方体中，，点*P*满足，其中，则下列结论正确的是（       ）

A．当平面时，可能垂直

B．若与平面所成角为，则点*P*的轨迹长度为

C．当时，的最小值为

D．当时，正方体经过点､*P*､*C*的截面面积的取值范围为[，]

**四、运动轨迹问题**

1.已知三棱锥的所有棱长均为2，为的中点，空间中的动点满足，，求动点的轨迹长度

2. 古希腊数学家阿波罗尼奥斯发现：平面上到两定点



，距离之比为常数且的点的轨迹是一个

圆心在直线上的圆，该圆简称为阿氏圆．根据以上信

息，解决下面的问题：如图，在长方体中，

，点在棱上，，动点满足．若点在平面内运动，则点所形成的阿氏圆的半径为\_\_\_\_\_\_\_\_；若点在长方体内部运动，为棱的中点，为的中点，则三棱锥的体积的最小值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

**【反思评价】**

1．连接空间几何体上的某两点的直线，如果把该几何体绕此直线旋转角，使该几何体与自身重合，那么称这条直线为该几何体的旋转轴.则正方体的旋转轴共有（       ）

A．7条 B．9条 C．13条 D．14条

在边长为的等边三角形中，点分别是边上的点，满足且，将沿直线折到的位置. 在翻折过程中，下列结论成立的是（       ）

A．在边上存在点，使得在翻折过程中，满足平面

B．存在，使得在翻折过程中的某个位置，满足平面平面

C．若，当二面角为直二面角时，

D．在翻折过程中，四棱锥体积的最大值记为，的最大值为

3. 点，分别是棱长为1的正方体中棱*BC*，的中点，动点*P*在正方形（包括边界）内运动，且面，则的长度范围为（       ）

A． B． C． D．

4. 在空间中，过点*A*作平面的垂线，垂足为*B*，记，设、是两个不同的平面，对空间任意一点*P*，，恒有，则（       ）

A．平面与平面垂直

B．平面与平面所成的（锐）二面角为

C．平面与平面平行

D．平面与平面所成的（锐）二面角为

5. 在三棱锥中，，，，，若该三棱锥的体积为，则三棱锥外接球的体积为（       ）

A． B． C．π D．

6．在中，已知，，*D*是边*AC*上的一点，将沿*BD*折叠，得到三棱锥，若该三棱锥的顶点*A*在底面*BCD*的射影*M*在线段*BC*上，设，则*x*的取值范围是（       ）

A． B． C． D．

7.（多选）已知正四面体的棱长为，底面所在平面上一动点满足，下列说法正确的是（       ）

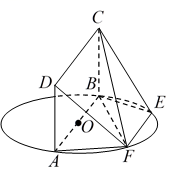
A．点运动轨迹长度为 B．直线与底面所成角的正弦值为

C．的最大值为 D．直线与直线所成角的取值范围为

8．（多选）已知球是正三棱锥的外接球，，点在线段上，且，过点作球的截面，则所得截面圆的面积可能是（       ）

A． B． C． D．

9.（多选）如图，线段为圆的直径，点，在圆上，，矩形所在平面和圆所在平面垂直，且，，则下述正确的是（       ）



A．平面

B．平面

C．点到平面的距离为

D．三棱锥外接球的体积为

10、（多选）已知四棱锥，底面为矩形，侧面平面，，.若点为的中点，则下列说法正确的为（       ）

A．平面

B．面

C．四棱锥外接球的表面积为

D．四棱锥的体积为6

