

保密★启用前

准考证号_____姓名_____

(在此卷上答题无效)



名校联盟全国优质校2025届高三大联考

数学试题

2025.2

本试卷共4页，19小题，满分150分，考试用时120分钟。

注意事项：

1.答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。

2.回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3.考试结束后，将答题卡交回。

一、单项选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 若 $z = -1 + i$ ，则 $|\bar{z}| =$

- A. $\frac{1}{2}$ B. 1 C. $\sqrt{2}$ D. 2

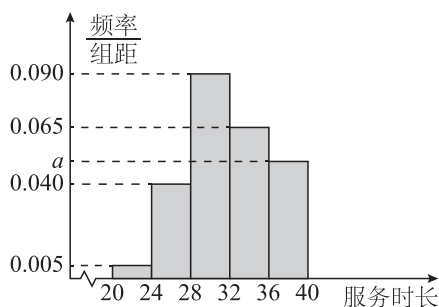
2. 已知集合 $A = \{x | \ln x > 0\}$ ， $B = \{x | y = \sqrt{4 - x^2}\}$ ，则 $A \cap B =$

- A. $(1, 2]$ B. $(0, 2]$ C. $[0, +\infty)$ D. $(1, +\infty)$

3. 记等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，若 $a_1 a_6 = 8a_3$ ， $a_5 = 16$ ，则 $S_5 =$

- A. 16 B. 31 C. 32 D. 63

4. 市环保局开展了环境治理专项活动，活动结束后对志愿者做了一次随机抽样调查，统计整理了部分志愿者的服务时长（单位：小时），得到如图所示的频率分布直方图，据此估计志愿者服务时长的第90百分位数为



- A. 36 B. 37 C. 38 D. 39

5. 已知抛物线 $C: y^2 = 4x$ 的焦点为 F , 准线为 l , 点 A 在 C 上, 过 A 作 l 的垂线, 垂足为 A_1 , 若 $|AF| = |A_1F|$, 则 $|AF| =$
- A. 2 B. 4 C. 6 D. 8
6. 存在函数 $f(x)$ 满足: 对任意 $x \in \mathbf{R}$ 都有
- A. $f(x^2) = x$ B. $f(\sin x) = x$
- C. $f(e^x + e^{-x}) = x$ D. $f(e^x - e^{-x}) = x$
7. 已知 $\alpha \in (\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2})$, 若 $\tan(\frac{\pi}{3} - \alpha) \cos 2\alpha + 1 = \sin 2\alpha$, 则 $\tan 2\alpha =$
- A. $-2 - \sqrt{3}$ B. $\sqrt{3} - 2$ C. $-2\sqrt{3}$ D. $-\sqrt{3}$
8. 若斜率为 -1 的直线 l 交曲线 $y = \ln x$ 于点 A , 交曲线 $y = \ln(ex + e)$ 于点 B , 则 $|AB| =$
- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $\sqrt{2}$ C. 1 D. 2

二、多项选择题: 本题共 3 小题, 每小题 6 分, 共 18 分. 在每小题给出的四个选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 6 分, 部分选对的得部分分, 有选错的得 0 分.

9. 已知 $x = \frac{\pi}{3}$ 为函数 $f(x) = \cos(2x + \varphi)$ ($0 < \varphi < \pi$) 图象的一条对称轴, 则
- A. $f(x)$ 的最小正周期为 π B. $f(x)$ 的图象关于点 $(\frac{\pi}{6}, 0)$ 对称
- C. $f(x)$ 在区间 $(0, \frac{\pi}{3})$ 上单调递减 D. 函数 $y = f(x - \frac{\pi}{3})$ 为偶函数
10. 已知某工人需至少使用甲、乙两种仪器中的一种对某产品进行质量检测, 记事件 $A =$ “该工人在检测过程中使用过甲仪器”, 事件 $B =$ “该工人在检测过程中使用过乙仪器”, 事件 $C =$ “该工人在检测过程中使用过甲、乙两种仪器”, 事件 $D =$ “该工人在检测过程中仅使用过甲、乙两种仪器中的一种”, 已知 $P(A) = 0.6$, $P(B) = 0.5$, 则
- A. A 与 B 相互独立 B. C 与 D 互为对立
- C. $P(\bar{B}|A) = \frac{5}{6}$ D. $P(A|D) + P(B|D) = 1$
11. 已知函数 $f(x) = (x - a)(x^2 - b)$, 其中 $a > 0$, 且当 $x > 0$ 时, $f(x) \geq 0$, 则
- A. $b = a^2$
- B. $x = a$ 为 $f(x)$ 的极大值点
- C. 若关于 x 的方程 $f(x) = a$ 有 3 个不同的实数根, 则 $a > \frac{3\sqrt{6}}{8}$
- D. 若对任意 x 都有 $f(x) \leq f(x + m)$, 则 $m \geq \frac{4\sqrt{3}a}{3}$

三、填空题：本题共3小题，每小题5分，共15分.

12. 已知 $\overrightarrow{OA} = (1, 2)$, $\overrightarrow{AB} = (4, -2)$, 则 $\triangle OAB$ 的面积为_____.

13. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - y^2 = 1 (a > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 过 F_2 的直线与 C 的左、右两支分别交于 A, B 两点, 若 $|AF_1| = |BF_1|$, $|AB| = 8$, 则 $|F_1F_2| =$ _____.

14. 已知某圆锥侧面展开后的扇形面积为定值, 设扇形的圆心角为 α , 则当圆锥的内切球体积最大时, $\alpha =$ _____.

四、解答题：本题共5小题，共77分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．

15. (13分)

记 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 已知 $c(1 - 2\cos B) = b(2\cos C - 1)$.

(1) 证明: b, a, c 成等差数列;

(2) 若 $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$, 求 A .

16. (15分)

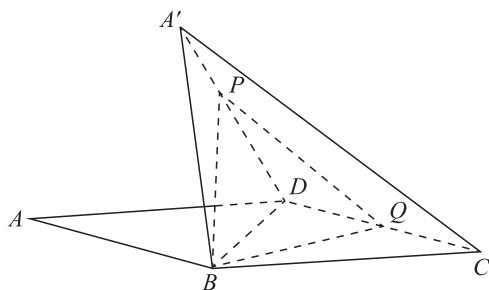
设函数 $f(x) = (e^x + a)(x - 2a)$.

(1) 当 $a = 1$ 时, 求曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程;

(2) 已知 $a \in \mathbb{Z}$, 若 $f(x)$ 为增函数, 求 a .

17. (15分)

如图, 在菱形 $ABCD$ 中, $AB = 2\sqrt{3}$, $A = 60^\circ$, 将 $\triangle ABD$ 沿 BD 翻折至 $\triangle A'BD$, 使得三棱锥 $A' - BCD$ 的表面积最大.



(1) 求三棱锥 $A' - BCD$ 的体积;

(2) 设 Q 为棱 CD 的中点, P 在棱 $A'D$ 上, 若二面角 $P - BQ - D$ 的余弦值为 $\frac{\sqrt{15}}{5}$, 求 $\frac{DP}{DA'}$.

18. (17分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{3} = 1$ 的左顶点为 A , 过点 $(1,0)$ 的直线 l 交 C 于 P, Q 两点, 记 $\triangle APQ$ 的外接圆为圆 N .

(1) 当 l 与 x 轴垂直时, 求圆 N 的方程;

(2) 求圆 N 面积的最大值.

19. (17分)

设正整数 $n \geq 3$, 集合 $\{a_1, a_2, \dots, a_n\} = \{1, 2, \dots, n\}$, 已知有穷数列 $A_0: a_1, a_2, \dots, a_n$ 经过一次 M 变换后得到数列 $A_1: \max\{a_1, a_2\}, \max\{a_2, a_3\}, \dots, \max\{a_{n-1}, a_n\}, \max\{a_n, a_1\}$, 其中 $\max\{a, b\}$ 表示 a, b 中的最大者. 记数列 A 的所有项之和为 $S(A)$.

(1) 若 $A_0: 1, 3, 2, 4$, 求 $S(A_1)$;

(2) 当 $n = 5$ 时, 求 $S(A_1)$ 的最大值;

(3) 若 A_1 经过一次 M 变换后得到数列 A_2 , 求 $S(A_2)$ 的最大值.