

数学文化与高中数学教学研究综述

李航 佳木斯大学理学院 154007
李岚 梧州学院 543002

[摘要] 文章围绕“高中数学文化”,从数学文化与课程、数学文化与教科书、数学文化与教学设计、数学文化与教师等四方面梳理总结相关文献,分析研究现状及研究结果,旨在为后续研究提供方向与思路。

[关键词] 高中数学;数学文化;数学教育;研究综述

数学是一门具有高度抽象性与严密逻辑性等特点的自然学科,同时数学是一种兼具德育、智育、美育等多重功能的文化,数学历史、语言、内容、思想和方法是数学文化的重要组成部分。数学教育是知识学习与文化育人的重要途径。数学文化是数学教育与文化传承的共同载体。

《普通高中数学课程标准(2017年版2020年修订)》明确要求将数学文化有机地融入数学课程,促进学生全面发展。当今教育中,数学文化成为知识学习的补给者。数学文化渗透到数学教育中,开拓出新的研究视角与研究维度,大量的有关研究论文应运而生。本文对以“高中数学文化”为主题的相关文献进行分类整理,旨在为后续研究提供方向与思路。

研究现状

自数学文化进入课程标准以来,众多研究学者对数学文化的相关研究逐年增加。截至2023年4月,在中国

知网(CNKI)以“数学文化”为主题进行检索,有学术期刊3123篇,学位论文1224篇;以“高中数学文化”为主题进行检索,有学术期刊306篇,学位论文592篇。现对检索出来的相关文献进行分类梳理,分别从以下几个方面对数学文化与高中数学教学相关内容进行分析阐述。

1. 数学文化与课程

(1) 数学文化与课程标准

国家课程标准是教科书编写、教学、评估和考试命题的依据,是国家管理和评价课程的基础。“数学文化”一词最早进入的官方文件是《普通高中数学课程标准(实验)(2003年版)》。在之后的修订版本的高中数学课程

标准中,数学文化的重要性益发凸显。

世界其他国家的课程标准也将数学文化融入其中,比如美国加利福尼亚数学课程标准要求学生学会欣赏数学美和数学价值^[1],新加坡高中数学课程标准提到数学学习中的乐趣以及对数学美和数学力量的欣赏^[2]。

根据历年课程标准的修改(见表1)以及众多学者的研究可以发现,随着教学目标从应试教育到立德树人,数学的教育重心也在发生变化。课程标准对数学文化的定位逐渐清晰。数学文化内容将越来越多地出现在教学过程中。

(2) 数学文化与校本课程

校本课程作为国家课程的一种

表1 课程标准中的数学文化相关内容

文件	数学文化相关内容
《普通高中数学课程标准(实验)(2003年版)》	提倡体现数学文化的价值,并在适当的内容中提出对数学文化的学习要求。
《普通高中数学课程标准(2017年版)》	提出“数学承载着的思想和文化,是人类文明的重要组成部分”。
《普通高中数学课程标准(2017年版2020年修订)》	提出“数学文化融入课程内容”,并对数学文化进行了概念界定。

作者简介: 李航(1994—),佳木斯大学学科教学(数学)在读硕士研究生,研究方向为数学史与数学文化。

通信作者: 李岚(1969—),梧州学院教授,硕士研究生导师,主要从事数学教育研究、应用数学研究工作。

有利补充,可以在数学与其他自然科学之间寻找合适的契机,让学生感悟数学文化的价值,建立科学的价值观与世界观.陈娟等学者认为将数学文化融入校本课程中,更能体现数学教育的价值,实现对学生思维、创新能力的培养^[3].刘静以数学文化为依托,基于STEAM课程理念,本着以提高学生核心素养的目的,设计了校本课程——新新课堂^[4].而面对数学文化涵盖范围甚广,有关高中数学文化的素材较零散,需要在多元化角度下深入挖掘数学文化素材,选取精华部分进行实践,从而使数学文化课程内容更精细和完整.

2. 数学文化与教科书

(1) 数学文化与传统教科书.

教育改革迎来了最新版教科书(2019年版),部分学者对其中的数学文化进行了研究.王嵘总结数学文化融入教科书的四种方法——片段式、旁注式、问题式、短文式,并概括2019年版高中教科书注重传统数学文化的融入^[5].陈丽萍分析最新人教B版高中必修数学教科书,发现教科书通过情境与问题、练习题和扩展阅读的形式展现数学文化^[6].王彩雯对我国人教A版和美国Glencoe版高中数学教科书进行比较研究,发现两套教科书中的数学文化内容的运用层次多属于可分离型,相比之下,美国Glencoe版高中数学教科书所传递的文化信息比人教A版多^[7].

(2) 数学文化与信息技术.

随着科学技术的快速发展,人们越来越注重信息技术与数学课程的深度融合,认为数学文化活动与信息技术的结合越来越密切.李娜等学者认为,信息技术与课程深度融合是中国教育信息化发展思路的核心^[8].研究者对数学文化与信息技术的融合持肯定态度,二者融合主要方式一是通过软件绘制函数或几何图形,借助动态功能展示函数图象或图形的几何性质;二是通过视频直观演示教科书中的“数学阅读”,使学生从视觉

和听觉两个角度感知数学文化.

3. 数学文化与教学设计

(1) 数学文化融入方式和途径.

①有关数学史的一面. HPM(History and Pedagogy of Mathematics)将历史、教育与数学有机结合,在教学过程中引入数学史有关内容,使得学生不再生搬硬套公式和定理,而是通晓古今数学知识的来源与出处,建立完整的知识体系. Glas E认为,数学的发展从零碎的数学知识开始,数学的发展史是真理的累积过程^[9].刘西媛在“椭圆及其标准方程”一课中,将椭圆的研究历史融入教学中,通过构建旦德林双球来研究椭圆,旨在强调转化与化归思想^[10].

②有关数学美的一面. 数学文化离不开数学史,但是不能限于数学史.金学顺认为,数学美能减轻学生的心理压力,可使学生变“苦学”为“乐学”,在开发智力的同时陶冶美的情操^[11].宁连华等学者通过美学的视角来观察数学文化,追求数学美的策略在数学文化中的价值,并在一定程度上丰富传播数学美的途径^[12].数学文化和数学美紧密相连,对学生的审美教育也是数学文化教育的重要途径,从数学美的角度探索数学现象,揭示数学规律,获取数学方法.

③有关数学思想方法的一面.日本数学教育家米山国藏认为,在研究工作中贯彻到底的实际上是数学之科学精神、思想和方法^[13].张涛等学者认为,数学思想方法寓于数学知识之中,是数学文化的重要组成部分.数学教学传授数学知识的同时更要注重知识中蕴含的数学思想及数学思维,学生利用数学思想来解决数学问题^[14].张蜀青认为,教师以康托尔集合作为切入点,可以科普式地让学生领会集合、测度论、分形几何等数学理论的重要思想方法^[15].数学教学通过对数学知识和方法的规律性认识,形成数学思想,进一步运用数学思想来解决一系列的数学问题,以及与其他学科融合的问题.由此可见数

学文化在数学课堂教学中的重要性.

④有关习题与高考试题的一面.习题作为数学教学中的重要工具,章金才以数学题课堂活动中心的“习题课”作为切入点,从教科书例题的生活背景和教育意义入手,在解题后品题,回味数学文化的教育价值^[16].李双双列举高考试题中呈现“数学美”的部分试题,认为这是将数学文化融入高考试题的一种重要形式^[17].任雨停对近十年的全国高考数学卷中的数学文化试题进行统计和分析,明确数学文化试题的编制原则^[18].对于数学文化渗透高考试题的情况,多位学者进行了不同维度的研究,而随着新教科书改革的实施,近年的新高考试卷还有待研究者做进一步的分析.

(2) 数学文化实际应用.

①有关核心素养培养的一面.核心素养是学生适应未来社会发展和实现自身价值的必备品性和素质,数学文化在数学课堂中的渗透能有效培育学生的核心素养.李院德认为,加强数学文化教学的同时,可以发展学生的数学学科核心素养,实现数学学科的育人目标^[19].Edwards认为,在高中阶段将文学与数学联系起来,可以提高学生的阅读能力,促进跨学科学习^[20].基于教学案例研究的实践研究为数不多,针对数学文化融合与学生数学学科核心素养培养提出有效的教学策略有待进一步研究.

②有关评价研究的一面.应琴丽以“函数”为例对数学文化隐性素养的教学与评价进行研究,发现教师因为应试,缺乏对数学文化隐性素养的教学与评价^[21].此外与数学文化相关的课堂教学评价的文献极少,数学文化相关课堂的评价标准与评价方向的界定,以及数学文化对课堂教学评价会起到怎样的影响的研究还留有許多空白.

4. 数学文化与教师

(1) 师范生职前教育.

对高中生的数学文化素养及核心素养的要求,隐含对数学教师的高

标准需求.对于师范生暨未来一线教师的职前教育,有研究者提出:在师范生大学阶段增设数学史、数学文化相关课程,提升师范生的数学文化素养.陈天宇建议高等院校应定期举办教学创新大赛,鼓励师范生从数学文化、数学史的角度去设计教学^[22].师范生对数学背景知识的重视与数学文化的理解,为日后数学教育奠定基石.

(2) 在职教师.

相较于师范生的职前教育,在职教师的言行是学生身心培养的关键所在.鲁哈马·埃文等学者认为,教育和实践中教师的专业发展,需要提供合理的教学知识基础^[23].也有学者基于HPM对教师培训及发展进行前瞻分析,如岳增成等人从模块式教学、教师培训项目及教师发展角度开展科学规范研究^[24].众多研究者从理论出发,明确对数学知识技能与数学史料的掌握是教师的必备能力,教师培训可从数学史入手,以实践需求为出发点进行教育取向的数学史研究.

研究结果

1. 数学文化在数学课程中的重要性日趋明显

随着课程改革,数学文化在数学课程中的地位凸显出来.越来越多的数学教师明确数学文化对数学教育的重要性,并将其融入数学教学中来.课程标准的制定也从知识层面上升到素质层面,研究者认同课程标准突出数学文化精髓的同时,认可数学知识是数学文化的良好载体,强调数学学科的美学视角与文化价值.也有部分研究者基于数学文化探索相关校本课程的实践可行性,实践研究表明,以数学文化为主题的校本课程有助于学生感悟数学文化的价值.

2. 数学文化持续融入教科书

关于数学文化融入教科书,许多专家学者持肯定态度.众多学者对教科书中的数学文化进行了不同程度的分析研究:微观上从数学文化在

教科书中的呈现方式与内容分布情况进行了纵向对比研究,对数学文化融入教科书的方法进行总结,归纳出数学文化在教科书中的编排特点;宏观上与不同地区、不同版本的教科书进行了横向对比研究,分析数学文化的运用水平.同时还有学者对国内外教科书中的数学文化内容进行了对比研究,探究教科书与数学文化的融合维度.

3. 数学文化渗透教学的多重途径

对于数学文化渗透高中数学教学的研究,众多学者将数学文化涵盖的数学史、数学美及数学思想方法融入教学内容,强调传授数学知识的同时培养学生的数学思维能力,引导学生领悟数学思想方法.但把数学文化融入习题教学的研究极少,不过也有学者对法国与中国教科书中的习题进行过比较分析,发现中国教科书中的习题里的数学文化与数学知识的关联性更强.对于高考试题中的数学文化,笔者认为,可以重点研究其融入方式与编制原则.

4. 数学文化敦促教师素养习成

教师培训阶段主要划分为师范生职前教育与在职教师两个时段.对于师范生,有学者针对大学期间开设数学文化课程,提出增设考试与相关性比赛等教学建议;也有学者从数学文化教材入手,提出培养师范生数学文化等有关方法,但具体的实践研究为数不多.对于在职教师,有学者基于HPM对教师培训及发展进行了前瞻分析.数学文化与教师发展相因相生,教师通过数学文化对数学知识背景追根溯源,有助于拓展教师的数学素养,为教师探索教学方法提供新思路.

研究建议

1. 多元化提炼数学文化素材

数学文化涵盖范围较广,基于高中阶段的学习内容,不能局限于数学故事,可进一步深入研究与探索多元化数学素材,为数学课堂教学提供新

视角、新路径.

2. 深度剖析教科书中的数学文化内容

不论是传统的教科书授课方式,还是新型的信息技术授课方式,数学文化都是教学内容的重要组成部分,从教科书章节前言至课后建模活动探究都有数学文化的身影.研究者可深度剖析教科书,使得教学内容与隐性及显性的数学文化相融合.

3. 拓展数学文化的应用领域

鉴于数学文化对于数学课堂具有实用性,可进一步研究与探索其培养学生数学学科核心素养的策略,进一步引申与思考其评价教学的作用……关于数学文化其他方面的应用价值有待更多研究者去发掘.

4. 加强教师的数学文化培训

教师的数学文化素养对学生成长起到潜移默化的作用.教师在建构完整知识体系的同时应伴随丰富的数学文化背景知识,正确认识数学文化的教育价值,与实践教学相融合.从教育发展角度来看,应加强教师数学文化相关理论学习与实践培训,对于数学文化在一线数学教师课堂教学中的实践教学策略还有待更深层次的研究.

总结

现阶段课程标准将数学文化推向研究热点,引发数学教育研究者关注,不断涌现出了大量相关文献.但现阶段数学文化主要以课程导入及教科书阅读等显性形式融入高中数学教学活动中,研究重点侧重于教学案例.数学文化的教育价值不仅体现在学生的数学知识掌握层面,还体现在更深层次的学生数学素养及价值观的培养层面,这有待研究者进一步发掘.

参考文献:

- [1] California State University Board of Trustees. Precollegiate Education

(下转第13页)



图3 指数、对数函数的隐喻

图3是人教A版高中数学教科书必修第一册“4.4.3 不同函数增长的差异”中的两个旁白,其中“爆炸性”和“平缓”分别是对指数函数和对数函数的一种比喻。两个十分贴切的函数图象通过对比强烈的形容词,使学生深刻记忆两个函数图象的特征,轻松区分两个函数图象。数学由于其抽象性让很多学生望而却步,但数学源于生活,将数学知识采用隐喻的方式呈

现给学生,贴近学生的生活实际,不仅可以表现其应用性,还可以帮助学生去理解。教师在教学中巧妙地应用旁白,选择适当的解释性词语描述学生易混淆的新知识,强烈对比相互之间的差异,能够吸引学生的注意力,使学生全神贯注地投入到学习中。

结束语

旁白是为辅助教学而产生的,是现成的教学资源和学习资源,同时也是教与学的切入口,具有教学引导和提示的作用。无疑,旁白如同一把双刃剑,恰当使用对课堂教学效果有如虎添翼的作用,反之则会增添学生的学习负担和挫败学生的学习信心。为此,对教科书中的典型旁白,教师应精心解读,引导学生积极挖掘其背景,探索其价值和意义,促进学生数学学科核心素养的发展。

参考文献:

- [1] 王嵘. 百年高中代数教科书变迁的特点与启示[J]. 课程·教材·教法, 2017, 37(10): 100-105.
- [2] 彭文静. 现行“北师大”和“人教版”初中数学教材旁白的比较研究[D]. 重庆师范大学, 2012.
- [3] 程斌斌. 例说巧用“教材旁白”的教学策略——以人教A版高中数学教材为例[J]. 高中数学教与学, 2019(04): 35-36.
- [4] 唐义恒, 陈艳艳, 张晓斌. 数学教材旁白的教学价值[J]. 教学与管理, 2017(28): 49-50.
- [5] 中华人民共和国教育部. 普通高中数学课程标准(2017年版2020年修订)[S]. 北京: 人民教育出版社, 2020.
- [6] 吕天玺, 王光明. 基于数学核心素养的“复数”教学设计[J]. 数学通报, 2018, 57(06): 39-43.

(上接第10页)

- Policy Implementation: Second Annual Report. Agenda. March 17-18, 1998.
- [2] 宁连华, 崔黎华, 金海月. 新加坡高中数学课程标准评介[J]. 数学教育学报, 2013, 22(04): 1-5.
 - [3] 陈娟, 钱鹏. 数学文化渗透的高中校本课程研究[J]. 新智慧, 2020(36): 67-68.
 - [4] 刘静. 依托数学文化的STEAM课程研究与设计——以某小学校本课程“新新课堂”为例[D]. 河北师范大学, 2019.
 - [5] 王嵘. 数学文化融入中学教科书的内容与方法[J]. 数学教育学报, 2022, 31(01): 19-23.
 - [6] 陈丽萍. 数学教材中的中国古典数学教学研究[D]. 辽宁师范大学, 2020.
 - [7] 王彩雯. 中美高中数学教材中的数学文化比较研究[D]. 西北师范大学, 2014.
 - [8] 李娜, 朱志华. 教育信息化背景下的信息技术与数学文化研究[J]. 湖北科技学院学报, 2015, 35(04): 9-11.

- [9] Glas E. Fallibilism and the use of history in mathematics education[J]. Science&Education, 1998, 7(04): 361-379.
- [10] 刘西媛. 数学文化视角下的高中数学教学设计研究[D]. 宁夏师范学院, 2022.
- [11] 金学顺. 数学文化视野下的“数学美”[J]. 中学数学研究, 2006(04): 10-13.
- [12] 宁连华, 张逸洁. 基于数学美的数学文化传播研究[J]. 数学之友, 2011(01): 1-3.
- [13] 米山国藏. 数学的精神、思想和方法[M]. 毛正中, 吴素华, 译. 上海: 华东师范大学出版社, 2019.
- [14] 张涛, 丁子星, 代钦. 数学文化下的数学核心素养[J]. 内蒙古师范大学学报(教育科学版), 2017, 30(07): 108-111.
- [15] 张蜀青. 数列教学中的数学思想之光[J]. 数学通报, 2021, 60(02): 45-48.
- [16] 章金才. 数学文化价值的揭示——以习题课为例[J]. 新课程(综合版), 2007(08): 62-63.

- [17] 李双双. 数学文化融入高考试题(一): 数学美[J]. 新世纪智能, 2020(30): 4-7.
- [18] 任雨婷. 高中数学文化试题编制策略研究[D]. 重庆师范大学, 2020.
- [19] 李院德, 史嘉. 核心素养背景下高中数学文化教育的实施策略[J]. 教育理论与实践, 2019, 39(35): 52-54.
- [20] Edwards, Michael, Todd. Who Was the Real William Shakespeare[J]. Mathematics Teacher, 2009, 102(08): 580-585.
- [21] 应琴丽. 高中数学文化素养评价研究[D]. 四川师范大学, 2021.
- [22] 陈天宇. 数学文化与教师专业化发展的相关性研究[J]. 数学之友, 2018(05): 1-4.
- [23] 鲁哈马·埃文, 德博拉·勒文贝格·鲍尔. 数学教师的专业教育与发展[M]. 李士琦, 黄兴丰, 译. 上海: 上海教育出版社, 2015.
- [24] 岳增成, 汪晓勤. 国际数学史与数学教育(HPM)发展历程及启示[J]. 上海教育科研, 2022(04): 84-92.