

2025 届全国高考分科模拟调研卷

数 学(三)

注意事项:

1. 本卷满分 150 分,考试时间 120 分钟。答题前,先将自己的姓名、准考证号填写在试题卷和答题卡上,并将准考证号条形码粘贴在答题卡上的指定位置。
2. 选择题的作答:每小题选出答案后,用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
3. 非选择题的作答:用签字笔直接答在答题卡上对应的答题区域内。写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
4. 考试结束后,请将本试题卷和答题卡一并上交。

一、选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 已知复数 z 满足 $(3+7i)z=|4+3i|-2i$,则复数 $\bar{z}$ 在复平面内对应的点位于
A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限
2. 已知全集 $U=\mathbf{R}$,集合 $A=\left\{x\left|2^{x-2}\geq\frac{1}{2}\right.\right\}$, $B=\left\{x\left|\frac{3}{x}\leq 1\right.\right\}$,则 $A\cap(\complement_U B)=$
A. $(1,3)$ B. $(1,3]$ C. $[1,3)$ D. $[1,3]$
3. 已知双曲线 $C:\frac{y^2}{a^2}-\frac{x^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的一条渐近线的倾斜角为 $\frac{2\pi}{3}$,且 C 的焦距为 $4\sqrt{2}$,则 C 的方程为
A. $\frac{y^2}{6}-\frac{x^2}{2}=1$ B. $\frac{y^2}{2}-\frac{x^2}{6}=1$ C. $\frac{y^2}{24}-\frac{x^2}{8}=1$ D. $\frac{y^2}{8}-\frac{x^2}{24}=1$
4. 已知 a, b 是两个单位向量,且向量 $2a+b$ 在向量 b 上的投影向量为 $\frac{1}{3}b$,则向量 a 与向量 b 的夹角的余弦值为
A. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ B. $-\frac{2\sqrt{2}}{3}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $-\frac{1}{3}$
5. 若 $(x-1)^{12}=a_0+a_1(x+1)+a_2(x+1)^2+\cdots+a_{11}(x+1)^{11}+a_{12}(x+1)^{12}$,则 $a_{11}=
A. 24 B. -24 C. 18 D. -18$
6. 已知四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的底面 $ABCD$ 是正方形, $AB=AA_1=2$, $\angle A_1AB=\angle A_1AD=60^\circ$,点 P 是线段 B_1C 的中点,则直线 AP 与 BD_1 所成角的余弦值为
A. $\frac{\sqrt{2}}{5}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{6}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{5}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{6}$
7. 已知函数 $f(x)=x\ln x-ax^2$,若对任意两个不等的正实数 x_1, x_2 ,都有 $\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}<3$,则 a 的最小值为
A. $\frac{1}{2e^2}$ B. $\frac{1}{e^2}$ C. $\frac{1}{2e^3}$ D. $\frac{1}{e^3}$

8. 在 $\triangle ABC$ 中,内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ,若 $3c^2 = a^2 + b^2$,且 $\cos(A-B) = -\frac{\sqrt{3}}{6}$,则 $\cos C$ 的值为

- A. $\frac{4\sqrt{3}}{9}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ 或 $\frac{4\sqrt{3}}{9}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ 或 $-\frac{4\sqrt{3}}{9}$

二、选择题:本题共3小题,每小题6分,共18分。在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求。全部选对的得6分,部分选对的得部分分,有选错的得0分。

9. 已知函数 $f(x) = A\sin(\omega x + \varphi)$ (其中 $A > 0, \omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$)的部分

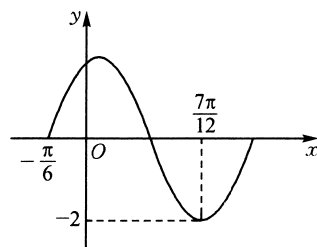
分图象如图所示,则下列说法正确的是

A. $f(x)$ 的最小正周期为 π

B. $f(x)$ 的图象关于直线 $x = \frac{\pi}{12}$ 对称

C. 将 $f(x)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度,得到函数 $y = 2\sin(2x + \frac{\pi}{4})$ 的图象

D. 若 $f(\frac{\alpha}{2}) = \frac{2}{3}$,则 $\sin(2\alpha + \frac{\pi}{6})$ 的值为 $\frac{7}{9}$



10. 已知 $3^a = 6^b = 18$,则下列说法正确的是

A. $a + b = ab$

B. $4a + b > 9$

C. $(a-1)^2 + (b-1)^2 < 2$

D. $a^2 + b^2 > 8$

11. 在直角坐标系 xOy 中,抛物线 $C: y^2 = 8x$ 的焦点为 F ,过 F 的直线 l 与 C 交于 A, B 两点,过 A, B 分别作 C 的准线的垂线,垂足分别为 P, Q ,则下列说法正确的是

A. 若 $|AF| = 2|BF|$,则直线 l 的斜率为 $2\sqrt{2}$

B. $|PQ|^2 = 4|AF||BF|$

C. 以线段 AF 为直径的圆与 y 轴相切

D. $\triangle OAB$ 的面积的最小值为8

三、填空题:本题共3小题,每小题5分,共15分。

12. 某工厂连续6天生产的手套依次为 $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6$,若这组数据的平均数为3,方差为1.2,则数据 $x_1^2, x_2^2, x_3^2, x_4^2, x_5^2, x_6^2$ 的平均数为_____.

13. 已知函数 $f(x) = 2 + \log_3 x, x \in [1, 9]$,则函数 $y = [f(x)]^2 - f(x^2)$ 的值域为_____.

14. 已知四棱锥 $P-ABCD$ 的所有顶点均在球 O 的球面上,四边形 $ABCD$ 是正方形, $PA \perp$ 平面 $ABCD$,且四棱锥 $P-ABCD$ 的体积为9,则当球 O 的表面积取得最小值时,直线 PC 与平面 $ABCD$ 所成角的正切值为_____.

四、解答题:本题共 5 小题,共 77 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

15. (本小题满分 13 分)

已知各项均为正数的数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 满足 $a_1=3, b_1=9$, 且 a_n, b_n, a_{n+1} 成等差数列, b_n, a_{n+1}, b_{n+1} 成等比数列.

(1) 求证: 数列 $\{\sqrt{b_n}\}$ 为等差数列;

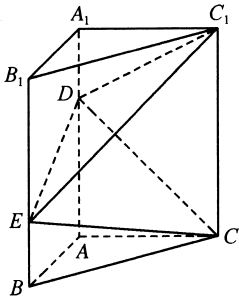
(2) 若 $c_n = \frac{n^2}{a_n}$, 求数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

16. (本小题满分 15 分)

如图, 在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $AA_1=3, AB=AC=2, BC=2\sqrt{2}$, 平面 $ABC \perp$ 平面 ACC_1A_1 , 平面 $ABC \perp$ 平面 ABB_1A_1 , 点 D, E 分别在棱 AA_1, BB_1 上, 且 $A_1D=BE=1$.

(1) 求证: $AA_1 \perp BC$;

(2) 求二面角 $C-DE-C_1$ 的正弦值.



17. (本小题满分 15 分)

溺水是指人淹没于水或其他液体中, 水与污泥、杂草等物堵塞呼吸道和肺泡, 或因咽喉、气管发生反射性痉挛, 引起窒息和缺氧, 肺泡失去通气、换气功能, 使机体处于危急状态, 由此导致呼吸、心搏停止而致死亡. 某校为了普及防溺水安全教育知识, 在全校组织了一次防溺水安全教育知识竞赛. 经过初赛、复赛, 甲、乙两个代表队(每队 3 人)进入了决赛. 规定每人回答一个问题, 答对者为本队赢得 10 分, 答错者得 0 分. 假设甲队中 3 人答对的概率分别为 $\frac{3}{4}, \frac{3}{4}, \frac{1}{2}$, 乙队中每人答对的概率均为 $\frac{2}{3}$, 且各人回答正确与否相互之间没有影响.

(1) 记随机变量 X 为甲队的总得分, 求 X 的分布列和数学期望;

(2) 在甲、乙两队总得分之和等于 30 分的条件下, 求甲队得分不低于乙队得分的概率.

18. (本小题满分 17 分)

在平面直角坐标系 xOy 中, 点 M 是圆 $O: x^2 + y^2 = 16$ 上的动点, 过点 M 作 x 轴的垂线, 垂足为 Q , 点 P 满足 $\overrightarrow{QM} = 2\overrightarrow{QP}$, 记点 P 的轨迹为曲线 E .

(1) 求 E 的方程;

(2) 记过点 $G(2, 1)$ 的两条不同的直线 l_1, l_2 的斜率分别为 k_1, k_2 , 直线 l_1 与 E 交于 A, B 两点, 直线 l_2 与 E 交于 C, D 两点, 且 $|GA| \cdot |GB| = |GC| \cdot |GD|$, 求 $k_1 + k_2$ 的值.

19. (本小题满分 17 分)

已知函数 $f(x) = \frac{e^{ax}}{x} (a \in \mathbf{R})$.

(1) 若 $a=2$, 求函数 $f(x)$ 的图象在 $x=1$ 处的切线方程;

(2) 讨论 $f(x)$ 在区间 $(0, +\infty)$ 上的单调性;

(3) 设 m, n 是两个不相等的正数, 且 $m + \ln n = n + \ln m$, 证明: $mn > e^{2-m-n}$.