**2024-2025学年第一学期高二数学期末复习讲义——圆锥曲线（4）**

一、单选题

1.若点$O$和点$F$分别为双曲线$\frac{x^{2}}{2}−y^{2}=1$的中心和左焦点，点$P$为该双曲线上的任意一点，则$\vec{OP}⋅\vec{FP}$的最小值为(    )

A. $2+\sqrt[ ]{6}$ B. $2−\sqrt[ ]{6}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $−\frac{3}{2}$

2.抛物线$C$：$y^{2}=4x$的焦点为$F$，准线为$l$，过$F$的直线交$C$于$A$，$B$两点，点$A$，$B$在$C$的准线$l$上的射影分别为点$E$，$G$，若$\vec{AB}=3\vec{FB}$，则四边形$ABGE$的面积为(    )

A. $\frac{4\sqrt[ ]{3}}{9}$ B. $\frac{27\sqrt[ ]{2}}{4}$ C. $\frac{16\sqrt[ ]{3}}{9}$ D. $2\sqrt[ ]{3}$

二、多选题

3.设抛物线$y^{2}=4x$，$F$为其焦点，$P$为抛物线上一点$.$则下列结论正确的是(    )

A.   若$P(1,2)$，则$|PF|=2$
B. 若$P$点到焦点的距离为$3$，则$P$的坐标为$(2,2\sqrt[ ]{2})$
C. 若$A(2,3)$，则$|PA|+|PF|$的最小值为$\sqrt[ ]{10}$
D. 过焦点$F$做斜率为$2$的直线与抛物线相交于$A$，$B$两点，则$|AB|=6$

4.已知双曲线$C：\frac{x^{2}}{9}−\frac{y^{2}}{16}=1$的左、右焦点分别为$F\_{1}$、$F\_{2}$，过坐标原点$O$的直线与双曲线$C$交于$A$、$B$两点，点$P$为双曲线$C$上异于$A$、$B$的一动点，则下列结论正确的有(    )

A. $\vec{F\_{2}A}⋅\vec{F\_{2}B}$的最大值为$9$
B. 若以$AB$为直径的圆经过双曲线的右焦点$F\_{2}$，则$S\_{△AF\_{1}F\_{2}}=16$
C. 若$|PF\_{1}|=7$，则有$|PF\_{2}|=1$或$13$
D. 设$PA$，$PB$的斜率分别为$k\_{1}$、$k\_{2}$，则$\frac{1}{k\_{1}^{2}}+\frac{4}{k\_{2}^{2}}$的最小值为$\frac{9}{4}$

三、填空题

5.已知过抛物线$C$：$y^{2}=2px(p>0)$的焦点$F$的直线$l$交抛物线$C$于$A$，$B$两点，线段$AB$的长为$8$，且$AB$的中点的横坐标为$3$，则焦点$F$的坐标是           ．

6.已知双曲线$\frac{x^{2}}{4}−\frac{y^{2}}{2}=1$的左，右焦点分别为$F\_{1}$，$F\_{2}$，过右焦点$F\_{2}$且倾斜角为$\frac{π}{4}$直线$l$与该双曲线交于$M$，$N$两点$($点$M$位于第一象限$)$，$△MF\_{1}F\_{2}$的内切圆半径为$R\_{1}$，$△NF\_{1}F\_{2}$的内切圆半径为$R\_{2}$，则$\frac{R\_{1}}{R\_{2}}$为          ．

四、解答题

7.已知抛物线$y^{2}=2px(x>0)$的焦点$F$到准线的距离与双曲线$x^{2}−\frac{y^{2}}{3}=1$的离心率相等．

$($1$)$求抛物线的方程$;$ $($2$)$若点$P(t,−2)$在抛物线上，过$P$作抛物线的两弦$PM$与$PN$，若两弦所在直线的斜率之积为$−4$，求证：直线$MN$过定点．

8.如图，已知点$P$是$y$轴左侧$($不含$y$轴$)$一点，抛物线$C$：$y^{2}=4x$上存在不同的两点$A$，$B$满足$PA$，$PB$的中点均在$C$上．$($1$)$设$AB$中点为$M$，证明：$PM$垂直于$y$轴；

$($2$)$若$P$是半椭圆$x^{2}+\frac{y^{2}}{4}=1(x<0)$上的动点，求$△PAB$面积的取值范围．

9.如图，已知椭圆$E:\frac{x^{2}}{4}+y^{2}=1$的顶点$A\_{1}$，$A\_{2}$，$B\_{1}$，$B\_{2}$分别为矩形$ABCD$的边$AD,BC,AB,DC$的中点，点$T,R$分别满足$\vec{OT}=\frac{1}{4}\vec{AB}$，$\vec{CR}=\frac{1}{4}\vec{CB}$，直线$B\_{1}T$与直线$B\_{2}R$的交点为$P$．

$(1)$证明：点$P$在椭圆$E$上；

$(2)$设直线$l$与椭圆$E$相交于$M$，$N$两点，$∆PMN$内切圆的圆心为$O\_{1}.$若直线$PO\_{1}$垂直于$x$轴，证明直线$l$的斜率为定值，并求出该定值．