**2024-2025学年第一学期高二数学期末复习讲义——圆锥曲线（3）**

一、单选题

1.已知过抛物线$y^{2}=4x$焦点$F$的直线与抛物线交于$P$，$Q$两点，$M$为线段$PF$的中点，连接$OM$，则$ΔOMQ$的最小面积为(    )

A. $1$ B. $\sqrt[ ]{2}$ C. $2$ D. $4$

2.已知抛物线$C:y^{2}=2px(p>0)$，$F$为$C$的焦点，过焦点$F$且倾斜角为$α$的直线$l$与$C$交于$A(x\_{1},y\_{1})$，$B(x\_{2},y\_{2})$两点，则下列结论不正确的是(    )

A. $x\_{1}x\_{2}+y\_{1}y\_{2}=−\frac{3}{4}p^{2}$

B. $|AB|=\frac{2p}{sin^{2}α}$
C. $\frac{1}{|AF|}+\frac{1}{|BF|}=\frac{2}{p}$

D. 记原点为$O$，则$S\_{△AOB}=\frac{p^{2}}{sinα}$

二、多选题

3.设$A(x\_{1},y\_{1}),B(x\_{2},y\_{2})$是抛物线$y^{2}=4x$上两点，$O$是坐标原点，若$OA⊥OB$，下列结论正确的为(    )

A. $y\_{1}y\_{2}$为定值

B. 直线$AB$过抛物线$y^{2}=4x$的焦点
C. $S\_{△AOB}$最小值为$16$

D. $O$到直线$AB$的距离最大值为$4$

4.设抛物线$y=ax^{2}(a>0)$的准线与对称轴交于点$P$，过点$P$作抛物线的两条切线，切点分别为$A$和$B$，则(    )

A. 点$P$的坐标为$(0,−\frac{1}{4a})$

B. 直线$AB$的方程为$y=−\frac{1}{4a}$
C. $PA⊥PB$

D. $|AB|=\frac{1}{2a}$

三、填空题

5.点$M(3,2)$到抛物线$C$：$y=ax^{2}(a>0)$准线的距离为$4$，则实数$a=$           ．

6.若直线$y=kx−1$与双曲线$x^{2}−y^{2}=4$只有一个公共点，则$k$的值是           ．

四、解答题

7.已知抛物线$C:y^{2}=2px(p>0)$的焦点为$F$，$A$为$C$上一点，$B$为准线$l$上一点，$\vec{BF}=2\vec{FA}$，$|AB|=9$．

$(1)$求$C$的方程：

$(2)M$，$N$，$E(x\_{0},−2)$是$C$上的三点，若$k\_{EM}+k\_{EN}=−\frac{4}{3}$，求点$E$到直线$MN$距离的最大值．

8.已知平面直角坐标系$xOy$中有一抛物线$y^{2}=x$．

$($1$)$过点$O$作抛物线的两条互相垂直的弦$OM$和$ON$，设$M$的纵坐标为$m$，试用$m$表示$△OMN$的面积，并求$△OMN$面积的最小值；

$($2$)$过抛物线上一点$A\left(9,3\right)$作圆$\left(x−2\right)^{2}+y^{2}=1$的两条切线$AB$、$AC$，分别交抛物线于点$B$、$C$，求直线$BC$的斜率．

9.已知椭圆$C:\frac{x^{2}}{a^{2}}+\frac{y^{2}}{b^{2}}=1(a>b>0)$的左顶点为$A(−2,0)$，焦距为$2\sqrt[ ]{3}.$动圆$D$的圆心坐标是$(0,2)$，过点$A$作圆$D$的两条切线分别交椭圆于$M$和$N$两点，记直线$AM$、$AN$的斜率分别为$k\_{1}$和$k\_{2}$．

$(1)$求证：$k\_{1}k\_{2}=1;$

$(2)$若$O$为坐标原点，作$OP⊥MN$，垂足为$P.$是否存在定点$Q$，使得$|PQ|$为定值$?$