核心素养导向的高中数学建模 课程构建与实施

◆ 张文涛

[摘 要] 在新一轮高中数学课程改革中, 数学建模成为学生必修内容。如何在核心素养的目标导向下 构建数学建模课程并有效开展实践,是当前课程设计者和一线教师面临的重点与难点任务。通过构建发 展核心素养的数学建模课程体系、组建"知识建构—互动研讨—课题研究"三位一体课程实践模式、搭 建课题式研究和开放式探究学习框架、创建研究过程与项目成果并重的"四维融合"评价体系等四个方 面,解决数学建模教学中的诸多问题,为课程设计和一线教学提供参考。

[关键词] 数学建模;综合实践;核心素养;课程构建;高中数学

[中图分类号] G633.6

[文献标识码] A [文章编号] 1002-4808 (2024) 02-0001-08

2014年教育部研制印发的《关于全面深化课 程改革落实立德树人根本任务的意见》提出"教 育部将组织研究提出各学段学生发展核心素养体 系,明确学生应具备的适应终身发展和社会发展 需要的必备品格和关键能力"[1],以核心素养为导 向的新一轮课程改革由此正式拉开序幕。《普通高 中数学课程标准(2017年版2020年修订)》(以下 简称《课标》)将数学建模作为高中数学课程的 六大核心素养之一,并指出:数学学科核心素养 是数学课程目标的集中体现,是具有数学基本特 征的思维品质、关键能力以及情感、态度与价值 观的综合体现,是在数学学习和应用的过程中逐 步形成和发展的[2]。《课标》已将数学建模活动列 为高中生的必修内容,作为与实际问题联系密切的 综合实践活动,更应重视在应用过程中形成与发 展。不仅在我国,全球范围内对数学建模教与学的 关注都在逐渐增加, 从国际测评研究、大型学术会 议、各国政策文件或课程标准中可见一斑[3]。

一、核心素养导向下数学建模课程的意义

数学建模素养不仅是数学核心素养的一部分, 更在其中起到关键的联结作用。数学建模是运用 数学的概念、原理、方法与思想,按照一定步骤 建立数学模型解决实际问题的数学综合实践活 动[4]。学生完成一次完整的数学建模实践活动,

需要经历发现问题、问题分析、模型假设、模型 建立、模型求解、模型检验、模型应用与评价等 多个环节[5]。发展学生的数学核心素养必须依托 数学化过程, 其核心环节在于, 从数学的视角发 现问题、提出问题并加以分析和解决[2]。因此, 在《课标》设定的六个数学核心素养中,数学建 模素养有着独特的地位与作用。如图 1 所示,笔 者在数学建模课程的探索与教学中,发现数学建 模活动不仅是数学核心素养的综合表现,与高中 数学新课程提倡的"四基""四能"联系紧密,而 且是提升数学思维水平,检验综合实践能力的重 要方式与途径。

可见,数学建模课程的功能指向了《课标》 中各个教学目标,因此,在高中数学教学中有效 发展学生数学建模素养,已逐渐成为新时代普通 高中数学课程与教学必须重视的问题。布卢姆 (Blum) 和尼斯 (Niss) 归纳了将数学建模融入学 校教学的6个教学编排方法,其中尤为关注数学 建模应该作为一种活动类课程开展,以此发展学 生的数学素养。[8] 笔者于 2011 年开始进行高中数 学建模课程的教学,通过十余年高中数学建模教 学探索和实践,清楚地认识到推进数学建模综合 实践活动课程的重要性,然而,一线教师由于缺 乏开展数学建模活动的课程资源,可借鉴的实践 经验较少,导致数学建模活动流于形式,教学效

果收效甚微。因此,如何在核心素养导向下构建高中数学建模课程并有效地实施是亟待实践突破的问题。解决该问题必不可少的是长期教学实践的迭代优化,但已有数学建模教学研究大多基于案例研究的方法,以短期的干预研究为主,缺少长期跟踪的实证研究^[9]。

在此背景下,笔者整理了十余年来的实践探索经验,基于《课标》要求对数学建模活动进行了系统的结构化梳理,进一步探索了从数学建模活动向数学建模课程的课程化实施路径,构建了数学建模的理论课程与综合实践课程相结合的课程体系和实施形态,提出以"数学综合实践活动"为主体,以"开放式探究、课题式研究"为核心

的课程理念^[4],构建以"知识建构—互动探讨—课题研究"三位一体的课程实践模式。更具体而言,本文试图解决以下几个问题:第一,构建数学建模课程体系,解决如何通过实践活动课程发展学生数学核心素养的问题;第二,构建"知识建构—互动研讨—课题研究"三位一体课程实践模式,解决传统教与学二元结构导致教学效果不佳、学生实践能力和创新意识不足的问题;第三,搭建课题式研究和开放式探究学习框架,开发多元课程实例,解决课程实施路径缺乏、课程资源短缺的问题;第四,创建研究过程与项目成果并重的"四维融合"评价体系,解决数学建模课程评价单一问题。

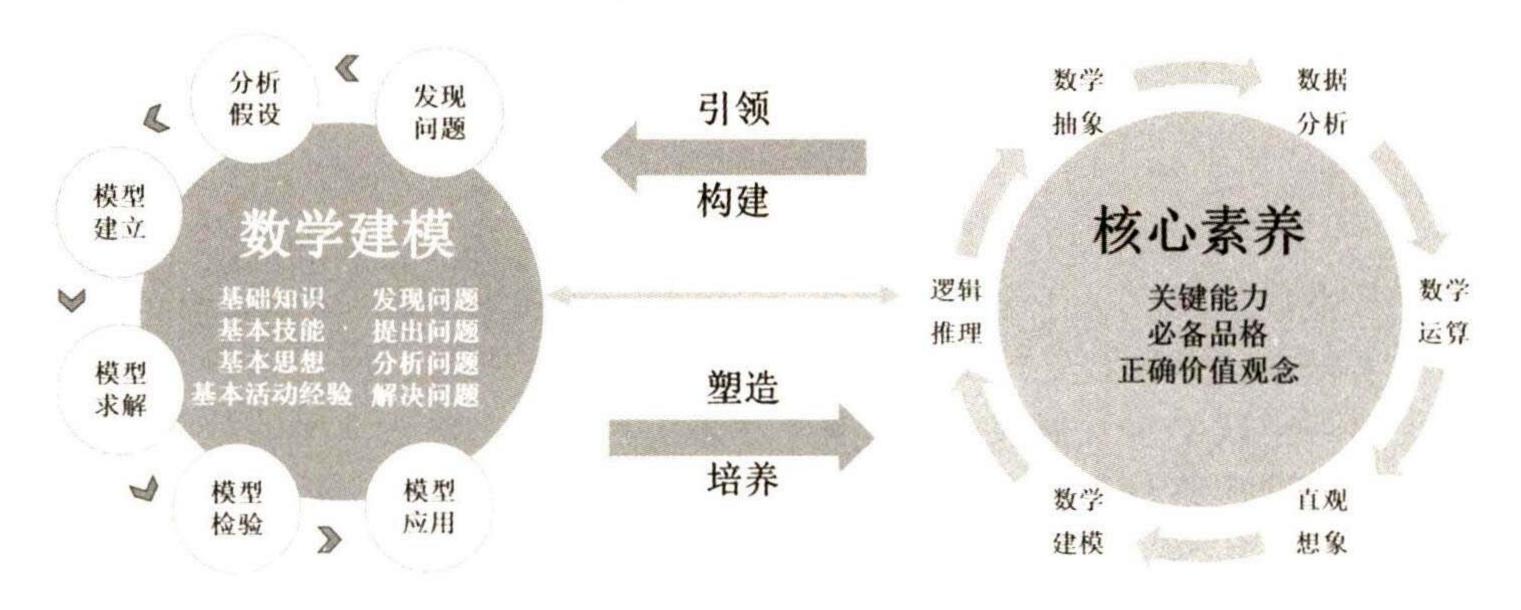


图 1 数学建模与"四基""四能"和"核心素养"的关系

二、构建基于核心素养的数学建模课程体系

高中学生的数学知识尚未形成体系,所学习的数学模型不仅数量少,而且对所学模型与实际问题的联系缺乏认识^[5],对数学建模的过程更是陌生。所以,高中生的数学建模活动不能完全以解决具体问题为目标,高中数学建模的教学也不能像大学生开展数学建模比赛一样进行。数学建模知识的各个维度在进入不同学段的教育场景时,都被有目的地解构与重组了,是具有差异性的,不应将大学的课程模式机械套用在高中阶段。^[10] 因此,高中阶段的数学建模课程更应坚持以"数学综合实践活动"为主体,以"开放式探究、课题式研究"为主线,形成建模理论与建模活动相结合的课程体系。

高中数学建模课程应在学习重要数学模型的基础上,组织学生学习建模基本知识和数学建模案例,提供具有现实情境的实际问题供学生分组选题;教师以课堂形式组织学生开题;学生在教

师的指导与帮助下以自主探究、合作交流的形式 开始做题;学生分组提供研究报告、小论文或小 程序等形式的成果,教师以课堂形式组织结题。 在构建数学建模课程时,要改变以应试为目的的 教学套路,营造自主学习与探究、合作交流的学 习氛围,强调实践能力和创新能力的培养。

学生通过数学建模课程学习,可进一步巩固数学基础知识与基本技能,深入体会基本数学思想,形成基本数学活动经验,符合概念建模(conceptual modelling)的观点,即数学建模的教学可以为数学概念的学习服务;同时,又呼应了教学建模(didactical modelling)观点,即数学建模能帮助学生提升从数学角度发现和提出问题的能力、分析和解决问题的能力。[11]基于此,构建了如图 2 所示的以数学建模理论课程与实践课程相结合的数学建模课程体系,通过开发多元数学建模教学实例,构建涵盖"知识建构一互动探讨一课题研究"三位一体的数学建模课程实践模式,形成理论课程与综合实践相结合的课程实施形态;通过搭建项目式学习、开放式探究两大学习框架,通过搭建项目式学习、开放式探究两大学习框架,通过搭建项目式学习、开放式探究两大学习框架,

开创师生互动和项目研究的全新学习方式;创建"四维融合"学生评价体系,解决数学建模课程"学什么""怎样学""学怎样"等核心问题^[4]。为发展学生数学核心素养和探索中学数学教育如何为早期拔尖创新型人才培养奠定坚实的数学基础。

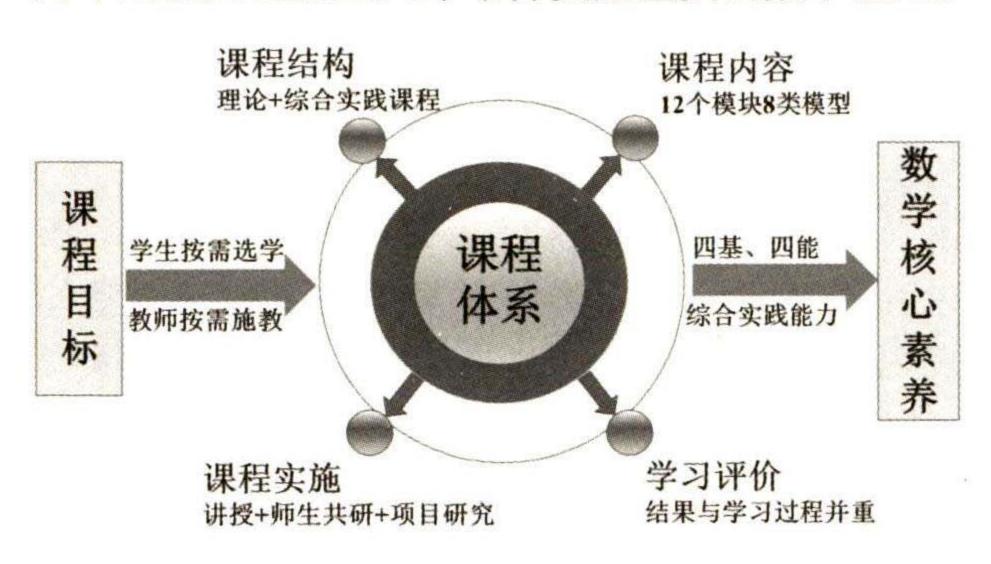


图 2 数学建模课程体系

上述数学建模课程体系的构建参考了拉尔夫·泰勒(Ralph W. Tyler)^[12]的课程编制流程,即确定目标、选择经验、组织经验、评价结果,细化其中选择经验的环节,最终得到课程目标、课程结构、课程内容、课程实施、学习评价共5

个要素。课程体系中各要素具体含义如下。

1. 课程目标

发展学生数学建模素养,培养学生创新精神与综合实践能力。

2. 课程结构

建模理论+课题研究+综合实践。

3. 课程内容

在12个模块中嵌入8类基本数学模型。

根据《课标》编写的普通高中数学教科书已经融入数学建模相关案例,但由于案例数量和建模知识有限,不能满足教师教学和学生学习数学建模的需求。根据高中数学知识体系,设计了12个数学建模块,在其中嵌入8类基本数学模型并给出案例供学生选择学习,这不仅对现行普通高中数学教科书中相关内容进行了梳理、归纳和补充,更重要的是通过数学建模案例呈现数学知识在数学建模过程中的支撑作用,可以加深学生对数学的认识、理解和应用,从而促进学生的个性化发展,引导学生从模仿、类比走向自主创新。12个模块的具体内容如表1所示。

模块	内容	课程类型
模块 (1)	数学模型与建模	理论课程
模块 (2)	函数与不等式(初等函数模型、简单不等式模型及其案例)	理论与实践课程
模块 (3)	数列(数列模型及其案例)	理论与实践课程
模块 (4)	概率 (概率模型及其案例)	理论与实践课程
模块 (5)	统计(统计模型及其案例)	理论与实践课程
模块 (6)	几何(初等几何模型及其案例)	理论与实践课程
模块 (7)	线性规划与优化(线性规划与优化模型及其案例)	理论与实践课程
模块 (8)	图论(简单图论模型及其案例)	理论与实践课程
模块 (9)	微分方程(人口模型及其案例)	理论与实践课程
模块 (10)	数学建模工具 (MATLAB)	理论课程
模块 (11)	数学建模论文写作	理论课程
模块 (12)	数学建模案例与课题研究	实践课程

表 1 数学建模课程内容

4. 教学实施

数学建模教学实施流程如图 3 所示。《课标》规定,在国家课程的必修和选择性必修中分别安排 6 课时和 4 课时来开展数学建模活动。在实际教学中,建议由教师分别开设模块(2)~(9)中的内容,学生按照自己爱好和兴趣选修其中至少一个模块,并在此基础上开展相关的数学建模实践活动。

5. 学习评价

在学生学习模块(12),开展数学建模课题研究的过程中,教师对学生的选题、开题、做题与结题进行基于学生表现的"四维融合"过程性评价,在结题时要对学生的研究成果进行终结性评价。

该课程体系的构建以发展学生核心素养作为导向,丰富了"学生按需选学"的高中数学新课

程理念,为帮助学生落实"四基""四能",开展数学综合实践活动开辟了新的途径。

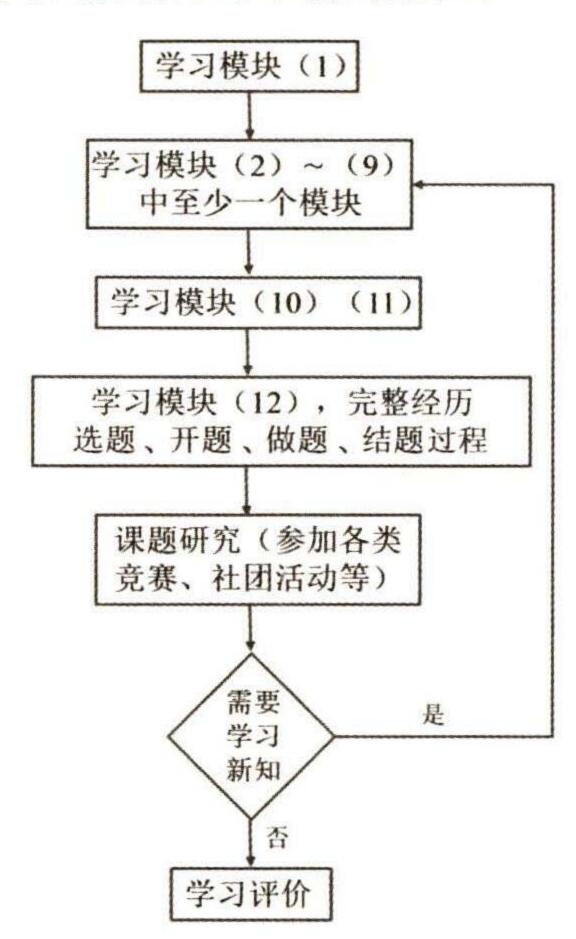


图 3 数学建模教学实施流程

三、"三位一体"数学建模教学模式的构建

在数学建模教学实践中,容易出现两种极端的教学方式,一种是任由学生"自由活动"的数学建模,另一种是完全由教师讲授的"包办式"数学建模。前一种模式的表现是没有教师引领的学生"自然成长",后一种是没有学生自主探究、合作交流的"乘车式旅行"。这两种模式的教学,均是对数学建模教学的误解,要么使数学建模活动流于形式,要么使数学建模教学形同一般数学知识的传授,直接结果是学生对数学建模认识模糊,使发展数学建模素养成为空话。

发展数学学科核心素养要求学生对数学的学习不能停留在对现有知识的记忆与模仿,而是要将数学知识运用到解决问题的实践中^[13]。数学建模课程不仅包含数学建模理论课程,更重要的,数学建模是运用数学模型解决实际问题的一类综合实践活动^[2]。因此,在笔者的数学建模教学实践中,重视理论与实践的结合,重视学生的团队协作,逐渐形成了知识建构、互动探讨、课题研究的"三位一体"教学模式,具体内涵与关系如下。

知识建构:教师以课堂教学或课外指导等形式帮助学生学习数学建模知识与方法。

互动探讨: 学生利用学校提供的建模平台对建模理论与方法、模型与工具进行探讨。

课题研究:学生以小组或社团的形式参加数学建模竞赛活动,或对选定的实际问题以课题研究的形式开展数学建模实践活动。

由于许多实际问题的解决,既需要一边学习一边实践,也需要一边实践一边学习,所以,知识建构、互动探讨、课题研究经常需要交替进行,是为"三位"(见图 4);将数学建模教学各步骤中的不同内容分解到三位中去(如第一步至第三步、第六步归入"知识建构",第四步归入"互动探讨",第五步、第七步归入"课题研究"),整体表现出发展学生数学建模素养,是为"一体"。"三位一体"的数学建模教学,要求学生参与数学建模活动的全过程,完整经历选题、开题、做题、结题四个阶段,使自己的实践能力得以提升,最终指向数学核心素养的全面发展。

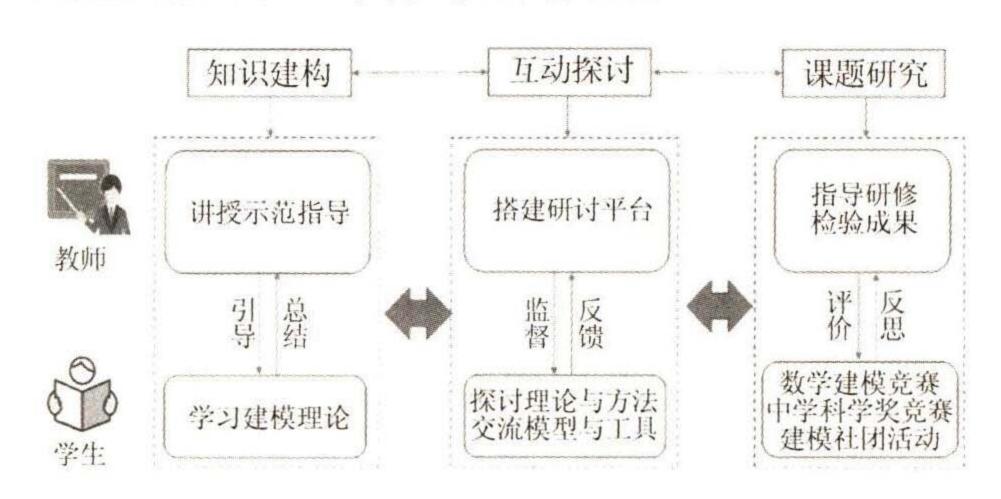


图 4 数学建模教学模式

在"知识建构"中,教师根据数学建模需求,讲授相关知识与方法和建模理论,内容包含高中必修课程、校本选修课程、赛前集训课程、社团课程等。其中,选修课程以教师讲授为主,社团课程以教师讲授与学生探究相结合的方式进行(也称"讨论班"),赛前集训以比赛为目标,为学生讲授数学建模的理论及建模论文的写作技巧,并引导学生开展课题式研究和开放式探究学习。

在"互动探讨"中,教师要为学生搭建多种研讨平台,引导、监督学生结合具体案例,研讨建模理论与方法,交流模型与工具。学生通过教师搭建的平台等形式将研讨所得进行反馈,教师根据学生反馈进行建模课程的学习指导。

在"课题研究"中,教师按照《课标》要求,组织学生以课题方式开展形式多样的数学建模活动,可参加国内、国际各种数学建模竞赛,也可以社团形式对某个实际问题进行课题研究。选定研究的课题,应具有模型开放、算法开放和结论开放的特点,充分体现数学建模的综合性与实践性,让学生通过开放式的数学探究活动来完

成数学建模过程,使学生的数学建模素养在这种 开放式的课题研究中得以发展。

在学生开展数学建模的活动中,教师要全程指导,在学生遇到困难时给予帮助,对学生所获成果和建模过程中的表现要给予评价。

四、"三位一体"数学建模教学模式的实施

数学建模活动不是一节课就能完成的综合实践活动,要求学生经历选题、开题、做题、结题四个阶段,如何将各个阶段的教学落实到位,需要教师运用好"三位一体"的数学建模教学模式,精心设计与组织,突出课题式研究,强调开放式探究,使学生在经历完整的数学建模过程中,提高用数学建模解决问题的能力。

(一) 数学建模的课题式研究

2019年6月国务院办公厅发布了《关于新时代推进普通高中育人方式改革的指导意见》,在深化课堂教学改革的内容中要求"注重加强课题研究、项目设计、研究性学习等跨学科综合性教学"^[6]。数学建模活动是运用数学理论与方法

解决实际问题的综合实践活动,与改革育人方式密切相关^[14]。以课题研究的方式开展数学建模活动,不仅能充分体现数学建模的过程与方法,提升学生数学建模能力,使学生数学素养的发展落到实处,还能使学生的数学知识得以进一步延伸,让学生看到数学与客观世界的联系,体会数学在应用与创造中的作用,养成"用数学眼光观察世界,用数学思维思考世界,用数学语言表达世界",提高学生的学习能力、实践能力、创新能力^[15]。因此,课题研究是"三位一体"的数学建模教学中的重点,是达成数学建模教学目标的重要途径。

图 5 所示的"学生数学建模课题研究框架"中,强调学生按需选学、教师按需施教的教学理念,尊重并满足学生对学习内容进行选择的个性需求。学生在课题研究过程中可以基于人生规划选择课程内容所涉及领域,基于学习兴趣选择研究课题,基于学业基础选择课题层次,课题从实际生产、生活中进行提炼,做到问题情境来源于现实世界,问题解决服务于生产、生活。

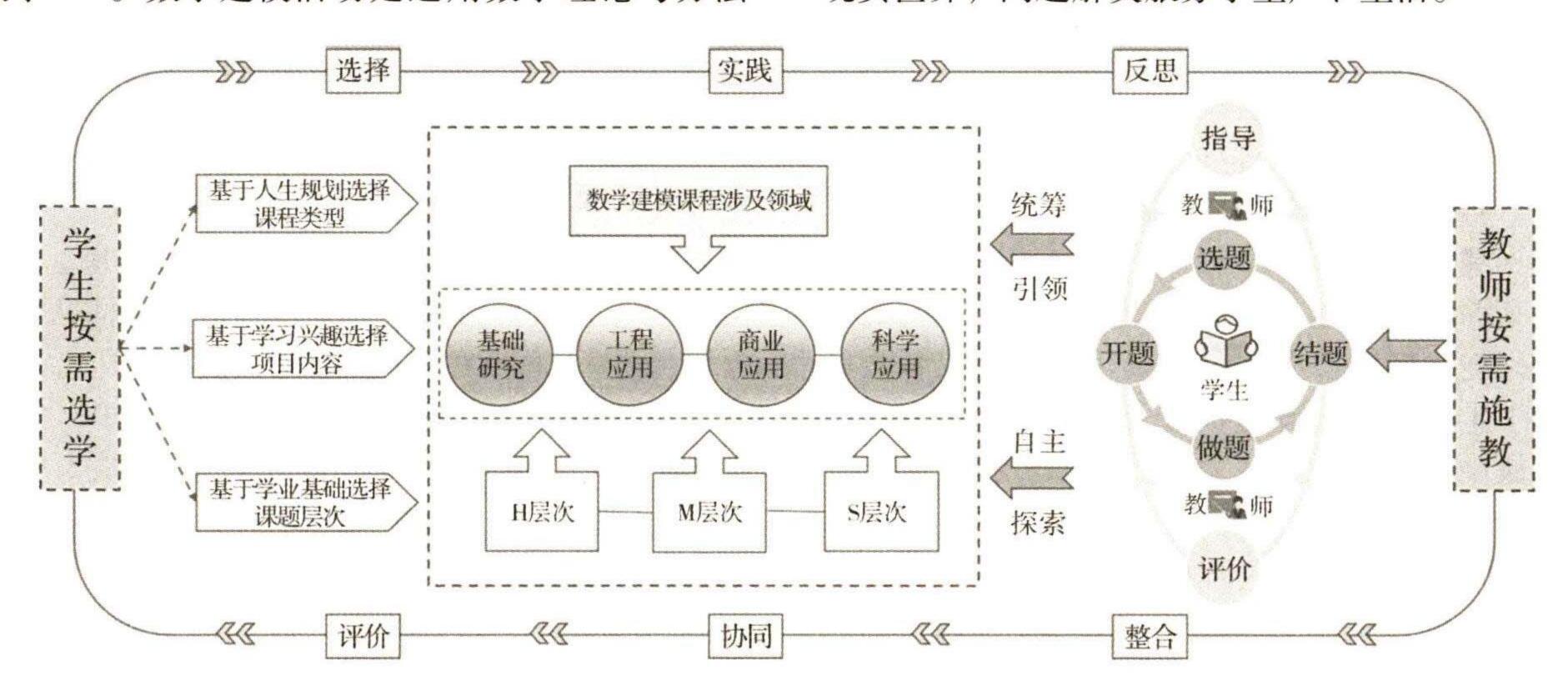


图 5 学生数学建模课题研究框架

课题研究过程以学生为中心进行设计,学生通过"选择一实践一反思"进行课题研究,教师通过"整合一协同一评价"对学生进行指导,形成完整的课题研究机制,统筹、引导学生的课题研究过程。

为顺利开展数学建模的课题研究,教师需要了解学生的兴趣和需求,从教学的整体目标出发,为学生匹配背景熟悉、有现实意义、学生可接受、具有一定挑战性的课题,并根据学生进行课题研究的进程做相应的指导,学生经过持续学习、研究、实践完成课题研究。为此,教师团队开发数

学建模课程,内容涵盖基础研究、工程应用、商业应用、科学应用等领域,课题根据难度由高到低分为H层次、M层次、S层次,充分体现课题的丰富性,内容的层次性,选择的多样性。

数学建模的课题研究,通常包括选题、开题、做题、结题四个环节。在课题研究的整个过程中, 形成以学生为中心、以教师为引导的学习闭环, 让学生有机会体会数学的魅力,积累数学活动经验,使学生有机会发现和提出问题,并创造条件分析和解决问题,充分体现课题研究形式的数学 建模活动在落实"四基""四能",发展数学核心素养中的重要作用。

(二) 数学建模的开放式探究

数学建模过程中的模型、算法与结果都具有 开放性,因此,整个数学建模过程具有显著的数 学探究特征:强调学生的主体性、过程的体验性、 动态的生成性、环境的开放性^[16]。在笔者的数学 建模教学实践中,始终将开放式探究作为学生开 展数学建模活动的重要形式,坚持选题开放、探 究路径开放、探究成果开放和评价方式开放,让 学生在开放式探究中充分体会数学在解决实际问题中的价值与作用。开放式探究打破传统的教学束缚,建立以学生为主体的动态教学与实践体系,坚持以任务为载体,将知识与方法的学习寓于任务之中,在完成任务的过程中发展学生的实践能力与核心素养。

图 6 所示的"数学建模开放式探究学习框架" 揭示数学建模除具有数学探究的某些特征外,还 表现出选题开放、探究路径开放、探究成果开放 和评价方式开放等特征。

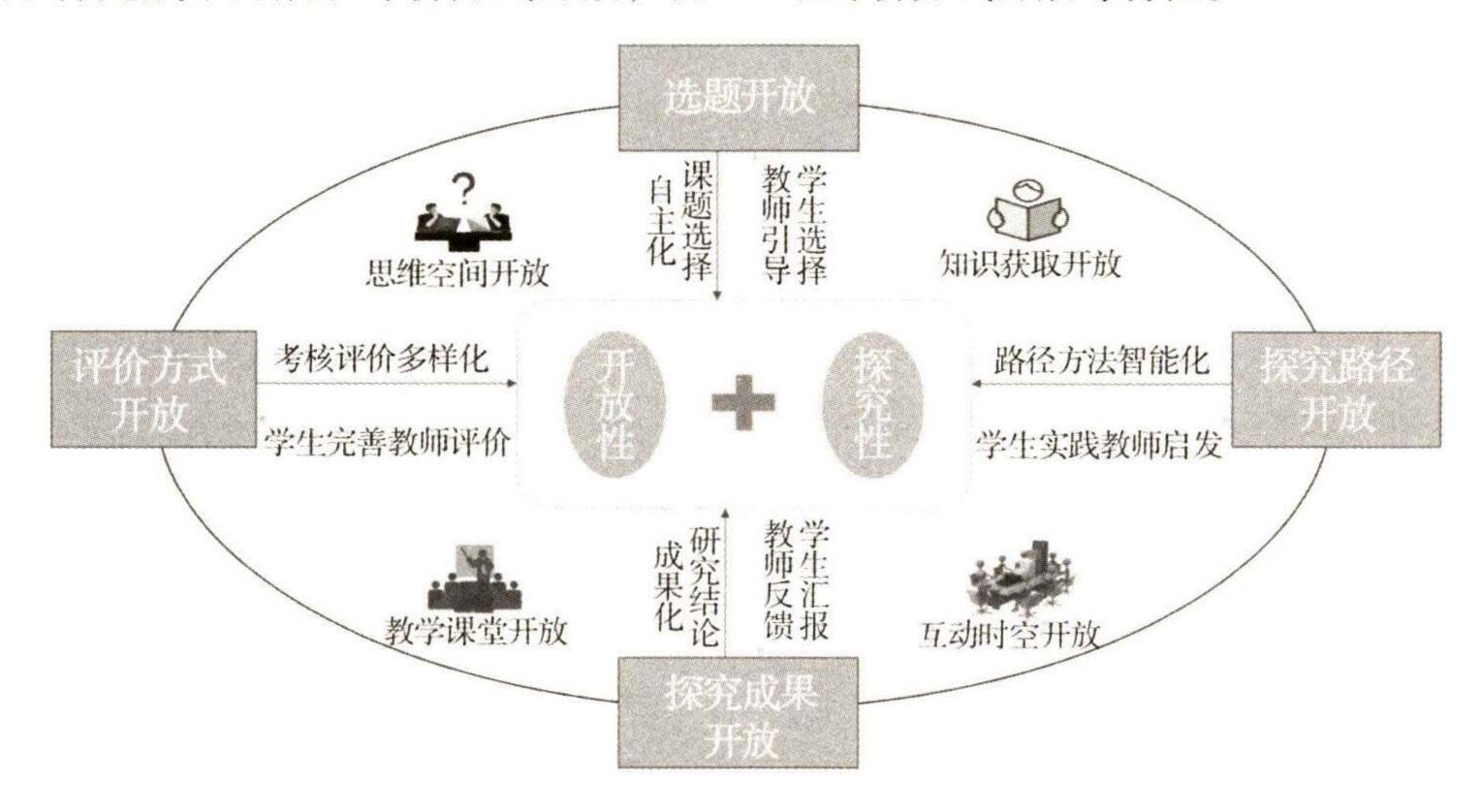


图 6 数学建模开放式探究学习框架

1. 选题开放

在课题研究选题过程中,教师根据学生的学情和兴趣,拟定多个课题供学生选择,或者教师引导学生自主确定选题,充分体现选题的自主性与开放性。

2. 探究路径开放

教师在学生做题过程中,要引导学生分析任务,明确要达成的目标,探究完成任务的路径。要让学生明白探究路径的多样性,启发学生运用深入调研、实地测量、信息检索等方式获取数据,利用书籍、学术资源库、网络技术和信息平台进行交流与讨论,鼓励学生运用多种探究途径完成任务。

3. 探究成果开放

数学建模项目的问题情景、问题提出、问题 的解决过程和结论等均具有开放性,所以探究成 果具有开放性,没有标准答案;课题成果形式也 具有开放性,可以是研究报告、小论文、小程序 等多种形式。

4. 评价方式开放

在评价方式上,采用基于过程的表现性评价,

可以针对学生的选题、做题过程与探究成果,教师进行考核和评价,也可以组织学生自评、团队成员互评与团队之间互评,体现评价方式的多样化。

在高中数学建模课程的实施过程中,坚持"三位一体"的教学模式,突出课题式研究、强调开放式探究,不仅体现了数学建模活动的重要特征,也使学生更加深入地理解数学建模与数学探究之间的关系,为落实高中数学教学的"四基""四能",发展数学核心素养提供有力抓手,使学生的综合素质得以更全面地发展。

五、基于表现的"四维融合"数学建模评价体系

学业评价是数学建模教学的重要环节,不仅可以检测教学效果,还可以为优化数学建模课程提供依据。数学建模课程是综合实践活动,将数学建模视为一种综合素养与目标正是希望突出其整体性^[17],因此不能仅以传统的考试成绩作为评价学生学习效果的唯一标准,否则会忽略在数学建模活动过程中学生所呈现出的学科知识、创新思维、批判

性思维、合作交流、成果转化等综合能力的评价。

根据《课标》中数学核心素养的四个测评维度(情境与问题、知识与技能、思维与表达、交流与反思^[2])和数学核心素养的三个水平,并结合数学建模活动的实践性特点,提出高中数学建模教学评价以学生在数学建模学习和实践活动中的行动为出发点,构建基于"过程性评价"的多维度评价体系,以学生对实际问题解决的过程表

现和结果进行评估,能有效测评学生在数学建模活动中所呈现出的数学思维、认知水平和解决实际问题的能力,是评估学生综合实践能力水平的重要环节。

基于表现的"四维融合"评价体系由知识(K)能力(A)素养(L)品格(C)等4个一级指标(即四个维度)和18个二级指标构成,每个二级指标分为A、B、C三个评价等级,如图7所示。

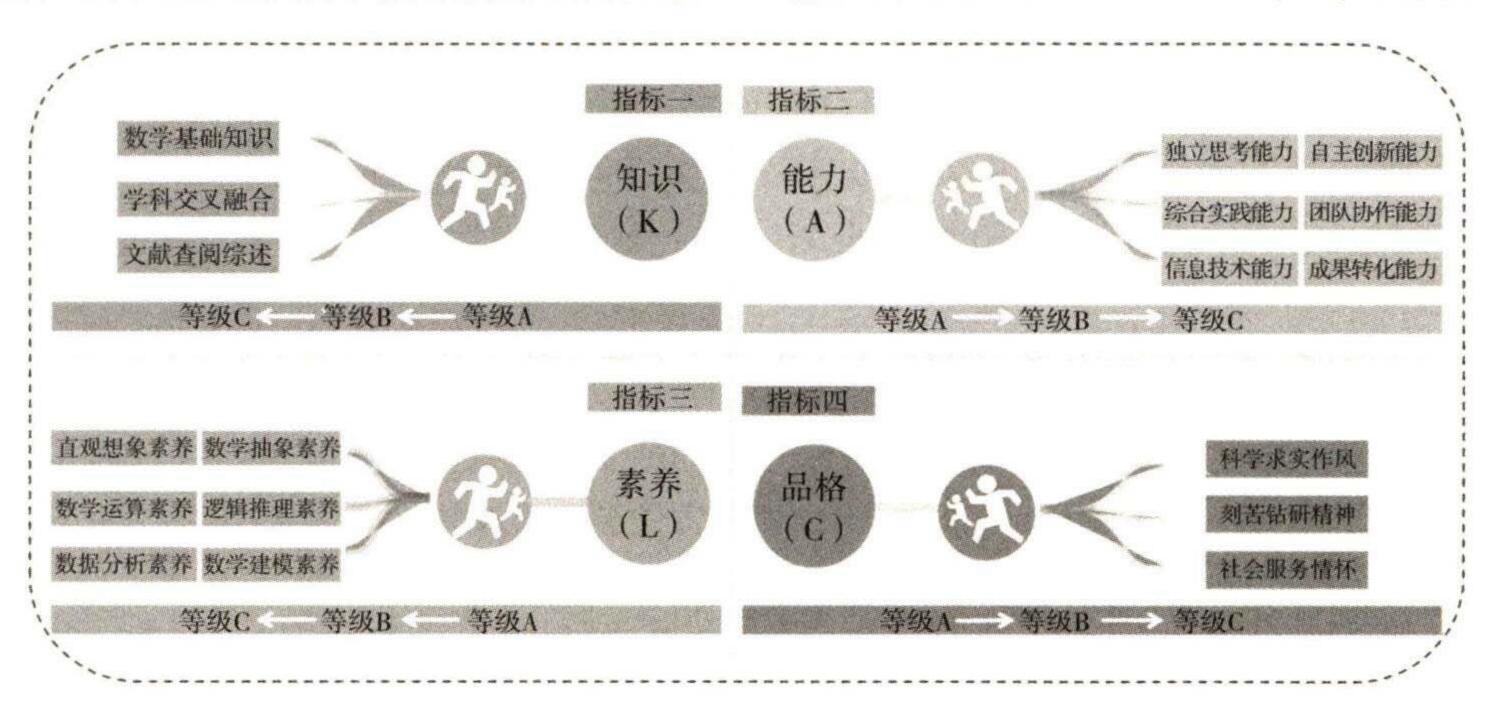


图 7 基于表现的"四维融合"数学建模评价体系

一级评价指标中,知识(K)涵盖数学基础 知识、学科交叉融合、文献查阅等3个二级指标, 重点评价学生开展数学建模与数学探究活动所需 的知识储备、学科融合和获取知识的能力,是学 生进行活动的基础;能力(A)涵盖独立思考能 力、综合实践能力、信息技术能力、自主创新能 力、团队协作能力、成果转化能力等6个二级指 标,重点评价学生独立思考、分析问题和解决问 题、交流与合作的能力,是学生开展活动的关键; 素养(L)以数学课程标准的六大核心素养作为6 个二级指标,重点评价学生在不同情境下处理复 杂任务过程中所呈现出的数学特征和能力, 是实 施课程的主要教学目标; 品格(C)涵盖科学求 实作风、刻苦钻研精神、社会服务情怀等3个二 级指标,评价学生在知识积累、能力提升和素养 形成的过程中,逐步形成的核心价值观和社会责 任感。

学生数学建模课程综合测评表现公式如下:

$$T = a_1 \sum_{i=1}^{3} t_{1i} + a_2 \sum_{i=1}^{6} t_{2i} + a_3 \sum_{i=1}^{6} t_{3i} + a_4 \sum_{i=1}^{3} t_{4i}$$

其中 a_1 , a_2 , a_3 , a_4 为 4 个一级指标所占权重 (权重可结合任课教师、专家咨询、调查问卷等综合给出), t_{1i} (i=1, 2, 3) 表示一级指标

"必备知识"下的 3 个二级指标下学生的表现赋值 (按 A、B、C 三个等级进行评价赋值),类似地, t_{2i},t_{3i},t_{4i}分别表示一级指标"关键能力""学科 素养""必备品格"对应的二级指标的表现赋值。

该框架参考了课标中的评价维度,呼应了教学目标的核心素养培养导向,同时更加细化与具体,实践中具有更好的操作性。

六、结语

自 2011 年 9 月起,笔者在十余年的数学建模课程建设与实施过程中,始终坚持以数学综合实践活动为主体,以开放式探究、课题式研究为核心的课程理念。通过构建基于数学综合实践活动的数学建模课程体系,解决如何通过数学实践课程发展学生数学核心素养的问题;通过构建"知识建构—互动探讨—课题研究"三位—体课程实践模式,解决传统数学课程教与学二元结构所导致的学生实践能力和创新能力不足、实践课程教学效果不佳的问题;通过开发多元课程实例,搭建数学建模项目式学习和开放式探究学习框架,解决数学建模课程资源短缺和实施路径缺乏的问题;通过创建基于学生实践过程与研究结果并重的"四维融合"评价机制,解决数学建模课程学

生评价单一的问题。数学建模课程构建和实践体系是基于一线的探索、思考和实践,具有较高的可操作性和可推广性,相关成果获 2022 年基础教育国家级教学成果奖一等奖。

数学建模活动课程对学生的数学素养及其学术成就有较深远影响^[18]。基于"知识建构—互动探讨—课题研究"三位一体的数学建模活动在10余年实践过程中,学生参与各类基于数学建模的竞赛积极性显著提升,并有大量学生在国内、国际多项赛事中取得优异成绩。坚持核心素养导向的数学建模课程构建与实施,有利于培养学生敢于质疑、勇于思考、严谨求实的科学精神,使学生的数学应用能力、创新能力、实践能力、团队合作能力得到显著提高,学生的数学核心素养得以长足发展,把数学育人的根本任务落到实处。

随着高中课程改革的逐步深入,数学建模课程的设计与实施也需要从资源开发、实施路径、测评框架等方面持续优化。资源上可创设更多基于学生认知基础的跨学科情境建模任务;实施上可借鉴跨学科项目式学习的经验,以项目形式开展更加综合的实践活动;评价上可构建基于数学建模活动各个环节的数学建模子能力测评体系^[19]等。数学建模素养与数学地提出问题、解决问题能力密切相关。^[20]在高中数学建模课程实施的基础上,未来将深入研究开展中小学一体化数学综合实践活动的必要性和可行性,构建"纵向学段贯通、横向学科融合"的螺旋上升式中小学一体化跨学科综合实践活动课程体系,实现中小学数学的整体、贯通培养。

[本文系广东省教育科学规划 2021 年度中小学教师教育科研能力提升计划项目"新课程背景下发展学生数学建模核心素养的路径探索和实践研究" (项目编号: 2021YQJK604)研究成果]

[参考文献]

- [1]中华人民共和国教育部. 教育部关于全面深化课程改革落实立德树人根本任务的意见[EB/OL]. (2014 04 08)[2023 03 30]. http://www. moe. gov. cn/srcsite/A26/jcj_kcjcgh/201404/t20140408_167226. html.
- [2]中华人民共和国教育部.普通高中数学课程标准(2017年)版 2020年修订)[M].北京:人民教育出版社,2020:4-8.
- [3] STILLMAN G A, KAISER G, LAMPEN C E. Mathematical Modelling Education and Sense making [M]. London: Springer, 2020: v.
- [4]张文涛. 指向拔尖创新人才培养的高中数学综合实践

- 课程实践探索[J]. 中等数学,2023(3):21-26.
- [5]张文涛. 模型选择是数学建模的基石[J]. 中学数学教 学参考,2022(22):66-69
- [6]孔凡哲,史宁中.中国学生发展的数学核心素养概念界定及养成途径[J].教育科学研究,2017(6):5-11.
- [7] 国务院办公厅. 国务院办公厅关于新时代推进普通高中育人方式改革的指导意见[EB/OL]. (2019 06 19) [2023 03 30]. http://www.gov.cn/zhengce/content/2019 06/19/content_5401568.htm.
- [8] BLUM W, NISS M. Applied Mathematical Problem Solving, Modelling, Applications, and Links to Other Subjects: State, Trends and Issues in Mathematics Instruction[J]. Educational Studies in Mathematics, 1991, 22(1):37 -68.
- [9] 黄健,徐斌艳. 国际视野下数学建模教与学研究的发展趋势:基于第 14 届国际数学教育大会的分析[J]. 数学教育学报,2023,32(1):93-98.
- [10]黄健,徐斌艳,王思凯. 教学转换理论视角下高中数学新编教材中数学建模的知识形态[J]. 全球教育展望,2022,51(3):33-48.
- [11] KAISER G. The teaching and learning of mathematical modelling [G]// CAI J. Compendium for research in mathematics education. United States: The National Council of Teachers of Mathematics, 2017:267 291.
- [12] 泰勒. 课程与教学的基本原理[M]. 施良方,译. 北京: 人民教育出版社,1994:101-103.
- [13]武丽莎,朱立明.高中数学学科核心素养:生成机制与培养路径[J].数学教育学报,2021,30(4):25-29.
- [14]章建跃,张艳娇. 数学建模活动的课程理解、教材设计与教学实施[J]. 中学数学教学参考,2020(5):13-19.
- [15]李洪忠. 基于数学核心素养培育的项目式学习研究[J]. 中国教育学刊,2019(12):76-78.
- [16] 杨怡,梁会芳,张定强."数学探究"研究二十年:回顾 经验展望[J].数学教育学报,2020,29(6):40-45.
- [17] BLOMHØJ M, KJELDSEN T H. Teaching mathematical modelling through project work: Experiences from an in service course for upper secondary teachers [J]. ZDM, 2006,38(2):163-177.
- [18] CENNETGÖLOgLUDEMIR, NEZIHÖNAL. The effect of technology assisted and project based learning approaches on students' attitudes towards mathematics and their academic achievement [J]. Education and Information Technologies, 2021(26):3375 3397.
- [19] FREJD P. Modes of modelling assessment: A literature review [J]. Educational Studies in Mathematics, 2013 (84):413-438.
- [20] 蔡金法,徐斌艳. 也论数学核心素养及其构建[J]. 全球教育展望,2016,45(11):3-12.

(责任编辑 闫碧舟)